
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 4/02/2019



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 4/02/2019



- 1) Si vuole calcolare la funzione

$$f(x, y) = x - y$$

in un punto $P_0 \in [1, 2] \times [-2, -1]$ e si vuole commettere un errore assoluto E con $|E| \leq 10^{-2}$.

Con quale massimo errore assoluto si devono introdurre i valori x e y e come si deve eseguire l'operazione proposta per rientrare nella limitazione richiesta?

- 2) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'equazione

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = 0,$$

ha una soluzione $\alpha = -2$.

Il metodo di bisezione risulta idoneo per approssimare α ?

- 4) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 1 & -1 & 3 & 2\alpha & 0 \\ \hline f(x) & 1 & 6\alpha + 1 & 11 & 4 & 2 \end{array}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Determinare i valori reali di α per i quali il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo.

- 5) Per approssimare l'integrale $I(f) = \int_{-1}^2 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_2(f) = \frac{5}{2}f(0) + 2f\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}f(1).$$

Determinare il grado di precisione m della formula proposta e verificare se $E_2(f) = -\frac{1}{725}f^{(IV)}(\xi)$.

SOLUZIONE

- 1) Risultando $\frac{\partial f}{\partial x} = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = -1$ si ha

$$|\delta_f| \leq |\delta_a| + |\delta_x| + |\delta_y|.$$

Imponendo $|\delta_a| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$ e $|\delta_x|, |\delta_y| \leq \frac{1}{4}10^{-2}$ si rientra nella limitazione richiesta. Questo equivale ad arrotondare il risultato della operazione alla seconda cifra decimale ed introdurre i due dati troncati alla terza cifra decimale.

- 2) La fattorizzazione richiesta è

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- 3) Il polinomio a primo membro ha la fattorizzazione

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x - 4 = (x + 2)^2(x - 1)(x + 1).$$

Essendo la radice $\alpha = -2$ di molteplicità 2, il metodo di bisezione non risulta applicabile.

- 4) Dal quadro delle differenze divise si ricava che la colonna delle differenze divise del secondo ordine risulta costante per $\alpha = 1$ e quindi per tale valore si ottiene il polinomio di interpolazione di grado minimo.
- 5) La formula risulta esatta per $f(x) = 1, x, x^2$ ma non per $f(x) = x^3$ per cui ha grado di precisione $m = 2$ e quindi l'errore non può dipendere dalla derivata quarta della funzione integranda (dipende dalla derivata terza).