
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 5/02/2018



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 5/02/2018



- 1) Si vuole calcolare la funzione

$$f(x, y) = x/y$$

in un punto $P_0 \in [1, 2] \times [3, 4]$.

Si suppone di commettere un errore algoritmico $|\delta_a| \leq \frac{1}{2}10^{-3}$ e di introdurre i valori x e y con errori $|\delta_x| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$ e $|\delta_y| \leq \frac{1}{2}10^{-2}$.

Quale è il massimo errore assoluto $|\delta_f|$?

- 2) Calcolare gli autovalori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3) Calcolare i valori reali del parametro K per i quali l'equazione

$$e^{-x} - K(x - 1) = 0, \quad K \in \mathbb{R},$$

ha soluzioni con molteplicità superiore a 1.

- 4) Il polinomio $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + x + 1$ è il polinomio di interpolazione relativo alla tabella

$$\begin{array}{c|cccc} x & 0 & 1 & -1 & 2 \\ \hline f(x) & 1 & 1 & 5 & -1 \end{array}?$$

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_0^2 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_2(f) = \frac{1}{3} \left(4f\left(\frac{1}{2}\right) - 2f(1) + 4f\left(\frac{3}{2}\right) \right).$$

Supposto che risulti $E_2(f) = K f^{(s)}$, determinare K e s .

SOLUZIONE

- 1) Risultando $\frac{\partial f}{\partial x} = 1/y$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = -x/y^2$ si ha

$$|\delta_f| \leq |\delta_a| + |\delta_x|/3 + 2|\delta_y|/9 = \frac{59}{18}10^{-3}.$$

- 2) Gli autovalori della matrice $B = A - I$ sono le radici quarte di -1 (B è una matrice di Frobenius) per cui gli autovalori di A sono

$$\lambda_i = 1 + \cos\left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right), \quad k = 0, 1, 2, 3.$$

- 3) Per avere una soluzione α di molteplicità maggiore di 1 devono annullarsi la funzione e la sua derivata prima. Risolvendo il sistema che ne deriva si ha

$$K = -1, \quad \alpha = 0.$$

- 4) Il polinomio proposto non è il polinomio di interpolazione avendo grado 4 mentre con 4 punti si ha un polinomio di interpolazione di grado non superiore a 3.

- 5) La formula risulta esatta per $f(x) = 1, x, x^2, x^3$ mentre si ha $E_2(x^4) = 7/30$. Da questo derivano i valori

$$s = 4, \quad K = \frac{7}{720}.$$