

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
29/6/2023

*Tempo a disposizione: 110 minuti.*

*E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.*

**Esercizio 1** (15 punti). Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x, y) = \left(1 + 3x + x^2 + y^4\right) e^{-(x^2+y^4)}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di  $f$ , ed il suo eventuale limite all'infinito.
- (ii) Si dica se  $f$  ammette massimo e/o minimo globale.
- (iii) Si dica quanti sono i punti critici di  $f$ .
- (iv) Si discuta la natura dei punti critici.

**Esercizio 2** (15 punti). Siano  $C$  il cilindro e  $\Pi$  il semispazio in  $\mathbb{R}^3$  definiti come

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 10\}, \quad S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq x + 2\}.$$

- (i) Si calcoli il volume di  $C \cap S$ .
- (ii) Si calcoli il perimetro di  $C \cap S$ .
- (iii) Si calcoli la lunghezza della curva  $\partial C \cap \partial S$ .