

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
20/7/2023

*Tempo a disposizione: 105 minuti.*

*E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.*

**Esercizio 1** (15 punti). Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x, y, z) = (10 + z + |y - x|)e^{-(x-y)^2 - z^2}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di  $f$ .
- (ii) Si dica se  $f$  ammette limite all'infinito.
- (iii) Si dica se  $f$  ammette massimo e/o minimo globale.
- (iv) Si discuta l'esistenza ed il numero dei punti di massimo e minimo locale e/o globale, e si cerchi di trovarli.

**Esercizio 2** (15 punti). Si consideri l'insieme  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 \leq 1 - z^2\}$ .

- (i) Si calcoli il volume di  $\Omega$ .
- (ii) Si calcoli il perimetro di  $\Omega$ .
- (iii) Si descriva la curva  $\{(x, y, z) \in \partial\Omega : x = y\}$  e si calcoli la sua lunghezza.