

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
12/6/2023

Tempo a disposizione: 110 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Esercizio 1 (15 punti). Si definisca l'insieme $S \subseteq \mathbb{R}^3$ come segue. Per ogni $0 \leq x \leq \pi$, i punti di S che hanno prima coordinata pari ad x sono tutti e soli i punti (x, y, z) tali che $z = \sin x$, ed $|y| \leq x$. Se $x < 0$ o $x > \pi$, non ci sono punti di S con prima coordinata pari ad x .

- (i) Si scriva una definizione dell'insieme S in forma parametrica.
- (ii) Si calcoli l'area di S .
- (iii) Per ciascun punto $(x, y, z) \in S$ si chiami $A_{(x,y,z)}$ il segmento che unisce il punto (x, y, z) stesso al punto $(x, y, 0)$, e sia Ω l'unione di tutti i segmenti $A_{(x,y,z)}$ con $(x, y, z) \in S$. Si dica quanto è lungo ciascun segmento $A_{(x,y,z)}$ e si calcoli il volume di Ω .

Esercizio 2 (15 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + z^2 + \sin(y)}{e^{x^2+z^2-y}}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di f , ed il suo eventuale limite all'infinito.
- (ii) Si dica se f ammette massimo e/o minimo globale.
- (iii) Si trovino tutti i punti critici di f .
- (iv) Si discuta la natura dei punti critici.