

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
12/6/2023

*Tempo a disposizione: 110 minuti.*

*E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.*

**Esercizio 1** (15 punti). Si definisca l'insieme  $S \subseteq \mathbb{R}^3$  come segue. Per ogni  $0 \leq x \leq \pi$ , i punti di  $S$  che hanno prima coordinata pari ad  $x$  sono tutti e soli i punti  $(x, y, z)$  tali che  $z = \sin x$ , ed  $|y| \leq x$ . Se  $x < 0$  o  $x > \pi$ , non ci sono punti di  $S$  con prima coordinata pari ad  $x$ .

- (i) Si scriva una definizione dell'insieme  $S$  in forma parametrica.
- (ii) Si calcoli l'area di  $S$ .
- (iii) Per ciascun punto  $(x, y, z) \in S$  si chiami  $A_{(x,y,z)}$  il segmento che unisce il punto  $(x, y, z)$  stesso al punto  $(x, y, 0)$ , e sia  $\Omega$  l'unione di tutti i segmenti  $A_{(x,y,z)}$  con  $(x, y, z) \in S$ . Si dica quanto è lungo ciascun segmento  $A_{(x,y,z)}$  e si calcoli il volume di  $\Omega$ .

**Esercizio 2** (15 punti). Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita come

$$f(x, y, z) = \frac{x^2 + z^2 + \sin(y)}{e^{x^2+z^2-y}}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di  $f$ , ed il suo eventuale limite all'infinito.
- (ii) Si dica se  $f$  ammette massimo e/o minimo globale.
- (iii) Si trovino tutti i punti critici di  $f$ .
- (iv) Si discuta la natura dei punti critici.