

Scritto per il corso di Analisi Matematica II
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
20/7/2023

(Prima parte)

Tempo a disposizione: 55 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Sia $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come $f(x, y) = (x - x^2) \sin(y - y^2)$. Si dica quanto valgono il $\sup f$ e $\inf f$ (e non quali siano gli eventuali punti di massimo o minimo).

Esercizio 2. Si calcoli l'area di $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 0 \leq x \leq y \leq 1, z = 2 + \cosh(x)\}$.

Esercizio 3. Si definisca $f : \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ come $f(x, y) = (x^2 - e^{xy}, x^y + yx)$. Si calcoli $\operatorname{div} f(2, 1)$.

Esercizio 4. Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y + 2z \leq 1\}.$$

Esercizio 5. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definita come

$$f(x, y) = \frac{(x^2 + 2y^2)^2}{x^4 + y^4}.$$

Per ogni $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ diverso da 0, si chiami $g(a, b) = \lim_{t \searrow 0} f(ta, tb)$. Si trovi il minimo di g .

Esercizio 6. Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quinto ordine in $(x, y) = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = \sin(xy)e^{x+y} - 1$.

Esercizio 7. Si calcoli $\int_B x^2 + y$, dove $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Esercizio 8. Si calcoli il perimetro dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}.$$

1	2	3	4	5	6	7	8

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
20/7/2023

(Soluzioni)

Esercizio	Soluzione
1	$\max f = \frac{1}{4} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{4}\right) \quad \min f = 0$
2	$\operatorname{cosh}(1) - \operatorname{cosh}(0)$
3	$6 + 2 \ln 2 - e^2$
4	$\frac{1}{12}$
5	$\min g = 1$
6	$-1 + xy \left(1 + x + y + \frac{(x+y)^2}{2} + \frac{(x+y)^3}{6} \right)$
7	$\frac{\pi}{8} + \frac{2}{3}$
8	$\frac{5}{4} \pi$