

Scritto per il corso di Analisi Matematica II  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
18/9/2023

(Prima parte)

Tempo a disposizione: 45 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

**Esercizio 1.** Si calcoli l'area di  $\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, z \leq 0 \leq y \leq x \leq 1, x^2 + 4z = 0\}$ .

**Esercizio 2.** Si trovino l'inf ed il sup della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 1)e^{x^2 - y^2}.$$

**Esercizio 3.** Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, |x| + |y| \leq z \leq 1\}.$$

**Esercizio 4.** Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quinto ordine in  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 0)$  della funzione  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y, z) = \text{sen}(x + y) + e^{(exyz-1)}$ .

**Esercizio 5.** Si calcoli  $Df(1, \sqrt{2})$ , dove  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  è definita come

$$f(x, y) = \left( |2x|^{y^2}, \text{sen}(xy^2), \frac{1}{x^2 + y^2} \right).$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il perimetro dell'insieme  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \leq x + y\}$ .

**Esercizio 7.** Si calcoli  $\int_A e^{x+y}$ , essendo  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq x \leq 2 - y\}$ .

1	2	3	4	5	6	7

Scritto per il corso di Analisi Matematica  
corso di laurea in Ingegneria Gestionale  
Università di Pisa  
18/9/2023

**(Soluzioni)**

Esercizio	Soluzione
1	$\frac{4}{3} \left( \left( \frac{5}{4} \right)^{3/2} - 1 \right)$
2	$\inf = -1 \quad \sup = +\infty$
3	$\frac{2}{3}$
4	$1 + x + y - \frac{(x+y)^3}{6} + \frac{(x+y)^5}{120} + xyz$
5	$\begin{pmatrix} 8 & 8\sqrt{2} \ln 2 \\ 2 \cos 2 & 2\sqrt{2} \cos 2 \\ -\frac{2}{9} & -\frac{2\sqrt{2}}{9} \end{pmatrix}$
6	$\frac{\pi}{2} + \sqrt{2}$
7	$\frac{3}{2} e^2 + \frac{1}{2} e^{-2}$