

Scritto per il corso di Analisi Matematica II
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
12/6/2023

(Prima parte)

Tempo a disposizione: 45 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Si calcoli $\int_A x + y^3$, essendo $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, x < 1, y < x\}$.

Esercizio 2. Sia B l'intersezione fra il cerchio $\{x^2 + y^2 \leq 1\}$ ed il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(3, 0)$. Si calcoli il perimetro di B .

Esercizio 3. Si definisca $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ come $f(x, y) = (xy \operatorname{sen}(xy^2), \tan(xy - \pi)e^{xy^2}, \cos^2(xy^3))$. Si calcoli $Df(\pi, 1)$.

Esercizio 4. Per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ si calcoli, se esiste, il valore del limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + |y|^\alpha}{x^2 + y^4}.$$

Esercizio 5. Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quarto ordine in $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = \ln(\cos(xy) + x^2 + \operatorname{sen}(yz^2))$.

Esercizio 6. Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^4 \leq 1\}.$$

Esercizio 7. Si dica quanto vale il massimo, se esiste, della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \frac{x + y}{e^{x^2 + y^2}}.$$

Esercizio 8. Si calcoli l'area della superficie

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq y\}.$$

1	2	3	4	5	6	7	8

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
12/6/2023

(Soluzioni)

Esercizio	Soluzione
1	$\frac{23}{60} \quad \left(= \frac{1}{3} + \frac{1}{20} \right)$
2	$2 + \frac{\pi}{4}$
3	$\begin{pmatrix} -\pi & -2\pi^2 \\ e^\pi & \pi e^\pi \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
4	il limite non esiste se $\alpha \leq 4$, è 0 se $\alpha > 4$
5	$x^2 + yz^2 - \frac{x^2y^2}{2} - \frac{x^4}{2}$
6	$\frac{8}{5}\pi$
7	$e^{-1/2}$
8	2