

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
27/1/2022

Tempo a disposizione: 90 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Esercizio 1 (15 punti). Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x, y) = (|x| + |y|) \operatorname{sen}(x^2 + 3y^2).$$

- (i) Si dica in quali punti di \mathbb{R}^2 la funzione f è continua e/o differenziabile.
- (ii) Si dica se f ammette massimo e/o minimo globale.
- (iii) Si dimostri che f ammette infiniti massimi e minimi locali.
- (iv) Si dimostri che $(0, 0)$ è un punto di minimo locale per f , ma che tutti gli altri punti sugli assi non sono di massimo né di minimo locale.
- (v) Si dica quanti sono i punti critici di f all'interno dell'insieme $\{x^2 + 3y^2 \leq 100\pi\}$ e si discuta la loro natura.

Esercizio 2 (15 punti). Per ogni $0 \leq t \leq 2\pi$, si definisca S_t il segmento di lunghezza $2t$, centrato in $(t, 0, 0)$, e contenuto nella retta $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = t, y = \lambda \cos t, z = \lambda \operatorname{sen} t, \lambda \in \mathbb{R}\}$. Sia poi Γ la superficie definita da $\Gamma = \bigcup \{S_t : 0 \leq t \leq 2\pi\}$.

- (i) Si dica quali sono gli estremi di S_t , e si chiamino P_t e Q_t tali estremi.
- (ii) Si esprima Γ in forma parametrica.
- (iii) Si calcoli l'area della superficie Γ .
- (iv) Si calcoli la lunghezza dell'insieme A dato dall'unione di tutti i punti P_t e Q_t con $0 \leq t \leq 2\pi$.