

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
21/7/2021

Tempo a disposizione: 110 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Acconto che il voto finale venga pubblicato sulla pagina web del docente (solo per i voti pari almeno a 15/30, e con il numero di matricola al posto del nome):

sì no

Esercizio 1 (10 punti). Si calcolino il volume ed il perimetro dell'insieme $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ definito come

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1, -1 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2 \right\}.$$

Esercizio 2 (10 punti). Si definisca $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ come

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \sin(e^{x^2+y^2} - 1)}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Si dimostri che f è una funzione continua su \mathbb{R}^2 .
- (ii) Si dimostri che f ammette massimo globale e minimo globale.
- (iii) Si dica quanti sono i punti critici di f .
- (iv) Si dica quanti sono i punti di massimo e di minimo locale di f .
- (v) Si dica quanti sono i punti di massimo e di minimo globale di f .

Esercizio 3 (10 punti). Per ogni $t \in \mathbb{R}$, chiamiamo $S_t \subseteq \mathbb{R}^2$ il segmento di lunghezza 1 con direzione t , ossia S_t è il segmento che unisce il punto $(0, 0)$ ed il punto $(\cos t, \sin t)$. Si calcoli l'area della superficie $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \pi, (x, y) \in S_z\} \subseteq \mathbb{R}^3$.