

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
15/7/2019

(Seconda parte)

Tempo a disposizione: 120 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Acconsento che il voto finale venga pubblicato sulla pagina web del docente (solo per i voti pari almeno a 15/30, e con il numero di matricola al posto del nome):

sì no

Esercizio 1 (12 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = (x^2 - x)e^{x^3 - 30x}.$$

- i) Si determinino gli zeri della funzione, il suo segno, ed i limiti a $\pm\infty$.
- ii) Si stimi quanti possono essere i punti critici della funzione.
- iii) Si valuti il segno di $f'(3)$.
- iv) Si dica quanti sono esattamente i punti critici della funzione, e si discuta la loro natura.

Esercizio 2 (10 punti). Al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, si dica se esiste ed eventualmente quanto vale il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{1-\cos(x)} - \frac{\sin^2(x)}{2} - \cos(x^2) + \lambda \sin(x^3 + x^4) - x^2 \sin(x)}{x^n}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Esercizio 3 (8 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ definita da

$$f(x) = e^{\lambda x} + x^\lambda \arctan(x),$$

dove λ è un parametro reale.

- i) Per ogni valore di λ si dica se l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ converge, diverge a $\pm\infty$, oppure oscilla.
- ii) Si trovi una primitiva di f nel caso in cui $\lambda = 1$.
- iii) Si trovi una primitiva di f nel caso in cui $\lambda = 2$.