

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
12/9/2019

(Seconda parte)

Tempo a disposizione: 120 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Acconsento che il voto finale venga pubblicato sulla pagina web del docente (solo per i voti pari almeno a 15/30, e con il numero di matricola al posto del nome):

sì no

Esercizio 1 (12 punti). Per ogni valore del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \text{sen}\left(\lambda e^{-x^2}\right).$$

- i) Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$, si mostri che f è continua e derivabile, e si calcolino i limiti di f a $\pm\infty$.
- ii) Si dica per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} f(x) dx$ converge.
- iii) Si discuta il numero e la natura dei massimi e minimi locali e globali della funzione f nel caso $\lambda = 1$.
- iv) Si risponda alla stessa domanda nel caso $\lambda = 2$.
- v) Si risponda alla stessa domanda per un qualunque $\lambda \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2 (10 punti). Per ogni valore del parametro reale α , e per ogni $n \in \mathbb{N}$, si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \text{sen}(x^2) + \cos(\text{sen}(x)) - e^{-\frac{3}{2}x^2} - \arctan(x^2) - \tan(x^3) - \alpha x^4}{x^n}.$$

Esercizio 3 (8 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{e^x}.$$

- i) Si trovino gli zeri della funzione, i suoi limiti a $\pm\infty$, e tutti i punti di massimo e minimo locale e globale.
- ii) Si calcoli il valore dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} f(x) dx.$$