

Analisi Matematica

Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

14 luglio 2020

1. Dire per quali $a > 0$ la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n!)^3}{(2n)! (an)^n}$$

2. Si consideri la seguente funzione $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dipendente dal parametro $a > 0$:

$$f(x) = a \ln x + \int_1^x \frac{\sin t - t}{t^4} dt$$

- (a) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

- (b) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x).$$

- (c) Per quali valori di $a > 0$ la funzione f si prolunga ad una funzione F continua e derivabile su $[0, +\infty)$?
(d) Per tali valori di a quanto vale $F'(0)$?

3. Scrivere le soluzioni, per $x > 0$, dell'equazione differenziale

$$u' + \frac{u}{x} = x^2.$$

Scrivere, se esistono, le soluzioni $u(x)$ che verificano:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{u(x)}{x^2} = 1$$

Scrivere, se esistono, le soluzioni $u(x)$ che verificano:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x u(x) = 1.$$