

# Analisi Matematica

## Prova scritta parziale n. 2

Corso di laurea in Fisica, 2019-2020

22 febbraio 2020

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \sin x - x \cos x}{\operatorname{tg} \left( x - \frac{x^3}{6} - \sin x \right) \cdot \operatorname{arctg} \cos x}.$$

2. Data la serie

$$\sum_{n=n_0}^{+\infty} (-1)^n \left( e^{\frac{1}{n^2}} + \ln \cos \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}} \right)^\alpha$$

dimostrare che, per  $n_0$  sufficientemente grande, la serie è ben definita. Studiarne poi, al variare di  $\alpha > 0$ , la convergenza semplice e la convergenza assoluta.

3. Si consideri la funzione  $f(x) = (x - 1)(x^2 + x + 3)$ .

- (a) Dopo aver verificato che  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è bigettiva si consideri la funzione inversa  $g(y) = f^{-1}(y)$ .
- (b) Determinare  $g(0)$ ,  $g'(0)$  e  $g''(0)$ .
- (c) Calcolare

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{g(y^2) - g(5y) + y}{(g(y) - 1)^2}.$$