

# Analisi Matematica A e B

## Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Fisica, 2018-2019

16 luglio 2019

1. Al variare di  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{n^5}{n+1}} + \alpha n^2 + \beta n.$$

2. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$  risulta convergente l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha \cdot \ln(e^x + x^\alpha)} dx.$$

3. Data l'equazione differenziale

$$xu' = u \ln u$$

studiare i relativi problemi di Cauchy

$$u(0) = 2$$

$$u(0) = 1$$

$$u(1) = 2$$

precisando se si ha esistenza e unicità della soluzione, e, qualora esista la soluzione, quale sia l'intervallo massimale di esistenza.