

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 2

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

9 febbraio 2018

1. Determinare il numero di soluzioni reali dell'equazione

$$x^4 = \ln(1 + x^3).$$

2. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sqrt[3]{\sin(x^3)}.$$

- (a) In quali punti la funzione f è continua?
- (b) In quali punti f è derivabile?
- (c) f è lipschitziana?
- (d) f è uniformemente continua?

3. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \ln(1 + 2x) - e^{2x} + \cos x + \sin\left(\frac{9}{2}x^2 + x^4\right)}{x(\operatorname{tg} x - x)}.$$

4. Si consideri la successione per ricorrenza definita da

$$\begin{cases} a_0 = \alpha \\ a_{n+1} = (a_n - 1)^2. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite di a_n nel caso $\alpha = 3$;
- (b) determinare il limite di a_n nel caso $\alpha = -1$;
- (c) mostrare che per $\alpha = -1/2$ la successione a_n è limitata ma non è convergente.