

Università degli Studi di Firenze
Corso di Laurea triennale in Fisica e Astrofisica
Analisi Matematica I (A.A. 2015/16) – Proff. F. Bucci & E. Paolini
APPELLO N. 2 – PROVA SCRITTA (8 Febbraio 2016)

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Determinare i vertici A , B , C e D del parallelogramma $ABCD$ circoscritto all'ellisse di equazione

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1,$$

ed avente i lati AB , CD paralleli all'asse delle ascisse e i lati BC , AD paralleli alla bisettrice del primo e terzo quadrante.

2. Disegnare un grafico qualitativo della funzione

$$g(x) = \int_x^{2x} t^4 e^{-t^2} dt,$$

dopo aver descritto le principali proprietà di g (dominio, simmetrie, comportamento asintotico, regolarità, intervalli di monotonia, esistenza di massimi e minimi relativi e/o assoluti, ecc.).

3. Data la funzione

$$f(x) = x \log(1 + \sin(2x)) - (\sin x) \log(1 + 2x),$$

si chiede di dedurre $f^{(4)}(0)$.

(Non è necessario il calcolo esplicito di alcuna derivata.)

4. Al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$ si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^x}{(n+1)!}.$$

- (a) per quali x la serie converge?
(b) calcolare la somma della serie per $x = 1$.