Università degli Studi di Firenze

Corso di Laurea triennale in Fisica e Astrofisica

Analisi Matematica I (A.A. 2015/16) – Proff. F. Bucci & E. Paolini

APPELLO N. 1 – PROVA SCRITTA **(15 Gennaio 2015)**

Importante: Per l'elaborato si utilizzino fogli protocollo, completi di cognome nome e matricola scritti *in stampatello* in alto a destra. Le risposte vanno *sempre* corredate di motivazioni; le conclusioni vanno riportate in maniera chiara ed esplicita. Questo foglio può essere conservato, al termine della prova.

1. Data la successione definita ricorsivamente

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = a_n - \cos(a_n) \qquad n \geq 1 \end{cases}$$

si chiede di:

1a) determinare il limite della successione a_n;

1b) posto $b_n = a_n + \frac{\pi}{2}$, provare che

$$\lim_{n\to+\infty} 2^n b_n = 0.$$

2. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$2x^4 + x = 4x^3.$$

Quante soluzioni appartengono all'intervallo $[-1, 1]$?

3. Calcolare

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} \operatorname{arctg}(e^x)\, dx.$$

4. 4a) Ricordando che per ogni $x > 0$ si ha

$$\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

verificare che per ogni naturale $n \geq 1$ si ha

$$\sin(2n \operatorname{arctg}(n^2)) = (-1)^{n+1} c_n\,,$$

con $c_n > 0$ e $c_n \to 0$.

4b) Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(2n \operatorname{arctg}(n^2)).$$