

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

AA\*\*\*\*AA

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo  $[0, \pi]$  e disegnarne approssimativamente il grafico

$$f(x) = \cos^2 x - \cos x,$$
$$F(x) = \int_0^x \{\cos^2 t - \cos t\} dt.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\log(1 + x^3)}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro  $x_0 = 0$ , al primo e al secondo ordine per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - \sin k}{k^3 + 5 \cos k}$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

BB\*\*\*\*BB

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo  $[0, \pi]$  e disegnarne approssimativamente il grafico

$$f(x) = \cos^2 x + \cos x,$$
$$F(x) = \int_0^x \{\cos^2 t + \cos t\} dt.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \operatorname{arctg} x}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro  $x_0 = 0$ , al primo e al secondo ordine per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1/e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 + \cos k}{k^3 + 2 \sin k}$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

CC\*\*\*\*CC

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo  $[0, \pi]$  e disegnarne approssimativamente il grafico

$$f(x) = \sin x - \sin^2 x,$$
$$F(x) = \int_0^x \{\sin t - \sin^2 t\} dt.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3} - 1}{e^{\sin x} - e^x}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro  $x_0 = 0$ , al primo e al secondo ordine per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ 1/e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - 2 \sin k}{k^3 + \cos k}$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica I

## Prova scritta preliminare n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

23 aprile 2015

DD\*\*\*\*DD

1. Studiare le seguenti funzioni nell'intervallo  $[0, \pi]$  e disegnarne approssimativamente il grafico

$$f(x) = \sin^2 x + \cos x,$$
$$F(x) = \int_0^x \{\sin^2 t + \cos t\} dt.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - x}{e^x - e^{\sin x}}$$

3. Determinare la formula di Taylor con resto di Peano, di centro  $x_0 = 0$ , al primo e al secondo ordine per la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1-x)^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x \neq 0 \\ e & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente serie è convergente e se è assolutamente convergente:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k^2 - 3 \cos k}{k^3 + \sin k}$$

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.