

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

13 gennaio 2015

AA****AA

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{\sqrt{n}}}{n!}.$$

2. Si consideri la successione a_n definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{2a_n^3 + 7a_n^2}{4} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \geq 0$.
(b) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \in [-3, 0]$.
3. Determinare se le seguenti funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono continue e se sono derivabili per $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x \cos \frac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = |x| e^{-x}.$$

4. Determinare il numero di soluzioni reali, positive, della seguente equazione

$$x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{2e}}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

13 gennaio 2015

BB****BB

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{(n^2)}}{n!}.$$

2. Si consideri la successione a_n definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n^3 + 7a_n^2}{8} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \geq 0$.
(b) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \in [-6, 0]$.
3. Determinare se le seguenti funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono continue e se sono derivabili per $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x \cos \frac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = |x| \log(x+1).$$

4. Determinare il numero di soluzioni reali, positive, della seguente equazione

$$x^{\frac{1}{x}} = e^{-\frac{1}{2e}}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

13 gennaio 2015

CC****CC

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n\sqrt{n}}.$$

2. Si consideri la successione a_n definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{2a_n^3 + 7a_n^2}{4} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \geq 0$.
(b) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \in [-3, 0]$.
3. Determinare se le seguenti funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono continue e se sono derivabili per $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x \sin \frac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = |x^3| e^x.$$

4. Determinare il numero di soluzioni reali, positive, della seguente equazione

$$x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{2}{e}}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

Analisi Matematica I

Prova scritta preliminare n. 1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2014-2015

13 gennaio 2015

DD****DD

1. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{2^{(n^2)}}.$$

2. Si consideri la successione a_n definita per ricorrenza da

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{a_n^3 + 7a_n^2}{8} \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

- (a) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \geq 0$.
(b) Determinare il limite della successione al variare di $\alpha \in [-6, 0]$.
3. Determinare se le seguenti funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono continue e se sono derivabili per $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} \sin x^2 \cos \frac{1}{x^2} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}, \quad g(x) = |x^3| \cos x.$$

4. Determinare il numero di soluzioni reali, positive, della seguente equazione

$$x^{\frac{1}{x}} = e^{-\frac{2}{e}}.$$

N.B. Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.