

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Terzo Appello - 15 Aprile 2014

**Esercizio 1.** Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(\sqrt{n^3} - \sqrt{n})}{\log(\sqrt{n} + \log n)}.$$

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} (1 - \cos x) \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dimostrare che la funzione  $f$  è continua e derivabile in tutto il suo dominio. La derivata  $f'$  è continua in tutti i punti del suo dominio?

**Esercizio 3.** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x e^{-x}}{x - 1}$$

e determinare il carattere degli integrali

$$\int_1^2 f(x) dx, \quad \int_2^{+\infty} f(x) dx.$$

**Esercizio 4.** Al variare del parametro reale positivo  $\alpha$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1 + \alpha^n)}{n^\alpha}.$$