

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Prima prova scritta - 15 gennaio 2014

**Esercizio 1.** Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1.$$

Dimostrare che  $f$  è iniettiva e suriettiva. Chiamata  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione inversa di  $f$ , trovare  $g(4)$  e calcolare  $g'(4)$ . Dimostrare inoltre che  $g(1000) < 10$ .

**Esercizio 2.** Calcolare

$$\int_{\frac{1}{e}}^e \log^2 x \, dx.$$

Calcolare inoltre

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_e^x \log^2 t \, dt}{x}.$$