

Corso di laurea in Fisica e Astrofisica – a.a. 2013-2014
 Analisi Matematica I – prima autovalutazione – 7 novembre 2013

Domanda	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Risposta																

Domanda 1. Quale delle seguenti proposizioni è vera?

- A $\forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}: x > y$
- B $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}: x > y$
- C $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}: x > y$
- D non $\exists x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R}: x > y$

Domanda 2. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 + \cos x}{x - \sqrt{x}}$

- A vale $-\infty$
- B vale 1
- C vale 0
- D non esiste

Domanda 3. La successione $a_n = \left(\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + n} \right)^{2n^2}$

- A non ammette limite
- B converge a 1
- C converge a \sqrt{e}
- D converge a e^2

Domanda 4. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{\operatorname{tg}(\pi - x)}$

- A vale $+\infty$
- B vale -1
- C vale e
- D vale 0

Domanda 5. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$

- A diverge a $+\infty$
- B è indeterminata
- C converge a $\frac{3}{2}$
- D converge a 1

Domanda 6. Sia $E = \{x \in \mathbb{R}: -1 < x^2 \leq 3\}$. Allora:

- A E non è inferiormente limitato
- B E non è né chiuso né aperto
- C E è chiuso
- D $E = \emptyset$

Domanda 7. Sia $f: [0, 1) \rightarrow [0, 1)$ una funzione. Possiamo concludere che $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ se vale la seguente proprietà:

- A $\forall x \in [0, 1): f(x) > x^2$
- B f è strettamente crescente
- C $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in [0, 1): f(x) > 1 - \varepsilon$
- D f è continua

Domanda 8. Il numero periodico $2.\overline{23}$ è pari a

- A $\frac{221}{99}$
- B $\frac{223}{100}$
- C $\frac{221}{90}$
- D $\frac{23}{9}$

Domanda 9. Sia $A = \left\{ \frac{n^2 - n}{n^3 + 2n + 1} : n \in \mathbb{N} \right\}$. Allora

- A A non è né aperto né chiuso
- B A è limitato superiormente ma non inferiormente
- C A è limitato inferiormente ma non superiormente
- D A è chiuso

Domanda 10. La successione $a_n = \left(\frac{1}{n} - 1 \right)^n$

- A diverge
- B è monotona
- C ammette almeno una sottosuccessione convergente
- D è di Cauchy

Domanda 11. Posto

$$E = \{x \in \mathbb{R}: \forall n \in \mathbb{N} \quad x > n \implies x > n + 1\}$$

(ricordiamo che $0 \notin \mathbb{N}$) si ha

- A $E = (-\infty, 1]$
- B $E = \{+\infty\}$
- C $E = (0, +\infty)$
- D $E = \emptyset$

Domanda 12. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione monotona e sia $y \in \mathbb{R}$. Possiamo affermare con certezza che l'insieme $f^{-1}(\{y\})$ è diverso da

- A \mathbb{R}
- B \emptyset
- C \mathbb{Z}
- D $[0, 1]$

Domanda 13. Sia α un parametro reale. La successione

$$\frac{n^\alpha}{\sqrt[3]{n^3 - n^2 - n}}$$

- A diverge a $-\infty$ se e solo se $\alpha < 0$
- B converge a 0 se e solo se $\alpha \geq 0$
- C converge a 0 se e solo se $\alpha > 0$
- D non ammette limite

Domanda 14. Sia a_n una successione decrescente. Allora sicuramente la successione

$$b_n = \frac{1}{1 + a_n^2}$$

- A è convergente
- B diverge a $+\infty$
- C non ammette sottosuccessioni convergenti
- D è crescente

Domanda 15. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}{n^\alpha}$

- A converge se e solo se $\alpha \geq 1$
- B converge se $\alpha > \frac{1}{2}$ ed è indeterminata altrimenti
- C converge se e solo se $\alpha > \frac{1}{2}$
- D converge se $\alpha \geq \frac{1}{2}$ e diverge altrimenti

Domanda 16. Posto $L = \sup_{x \in \mathbb{R}} \inf_{k \in \mathbb{Z}} |x - k|$ si ha

- A $L = 1$
- B $L = \frac{1}{2}$
- C $L = 0$
- D $L = +\infty$