

Matematica I

quinta prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

23 settembre 2013

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 0$$

2. Trovare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^3y - xy^2 + y$$

e determinarne la natura.

3. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_2 - 3x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

scrivere la matrice dei coefficienti A e la matrice completa del sistema. Calcolare il determinante di A e di A^3 . Dire se A è invertibile e in tal caso calcolare l'inversa di A . Risolvere il sistema lineare dato e il sistema omogeneo associato.

4. Disegnare, nel piano di Argand-Gauss

- (a) i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{C} :

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re}z| < 4, |z| \geq 1\}, \quad B = \{z \in \mathbb{C} : |z + 3i| < 2\};$$

- (b) le soluzioni dell'equazione $(z^4 - 5)(z^2 - i) = 0$;

- (c) il numero complesso $w = \frac{(\frac{\sqrt{3}-i}{2})^{364} \cdot i^5 \cdot \sqrt{2}}{(-1+i)^9}$.