

Analisi Matematica Uno

Prova scritta n. 5

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2012-2013

13 gennaio 2014

1. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x + \alpha x^3}{x^5}.$$

2. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico

$$f(x) = x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right).$$

3. Calcolare

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin \sqrt{x} \, dx.$$

4. Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1 + 3^n}.$$

- (a) Dimostrare che la serie converge;
- (b) dimostrare che la somma della serie è minore di 3;
- (c) dimostrare che la somma della serie è maggiore di 2,2.