

Analisi Matematica 1

Prova scritta n. 3

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

6 settembre 2011

1. Studiare la convergenza della seguente successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = 1, \\ a_{n+1} = -\operatorname{arctg} a_n. \end{cases}$$

2. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$4x^5 - 5x^2 + 10x - 1 = 0.$$

Dimostrare inoltre che una delle soluzioni è compresa tra 0,1 e 0,2.

3. Studiare la monotonia e la convessità e disegnare approssimativamente il grafico della seguente funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x \frac{1-t^4}{1+t^4} dt$$

4. Stabilire se la seguente serie converge e se converge assolutamente

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k \left(1 - \cos \frac{1}{k}\right)$$