Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 6
Ingegneria, a.a. 2009-2010
19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: `CBDC BADB DAAC`

1. La funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^3$ nel punto $(0,0)$
(A) non ha un punto critico, **(B)** ha punto sella, **(C)** ha un punto di minimo, **(D)** ha un punto di massimo.

2. La funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

nel punto $(0,0)$ è
(A) derivabile ma non differenziabile, **(B)** differenziabile, **(C)** né continua né derivabile, **(D)** continua ma non derivabile.

3. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon y \geq 0,\ x \leq 1,\ y \leq x\}$. Calcolare

$$\iint_D x\, dx\, dy$$

(A) $\frac{1}{3}$, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** 1, **(D)** $\frac{1}{2}$.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
(A) un fuoco, **(B)** un centro, **(C)** un nodo, **(D)** un punto sella.

5. L'integrale

$$\int_\gamma \frac{z-1}{z^5+1}\, dz$$

con $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, vale
(A) $2\pi i$, **(B)** $10\pi i$, **(C)** 0, **(D)** $4\pi i$.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1+e^t)$$

è
(A) $\dfrac{1}{s(s+1)}$, **(B)** $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(C)** $\dfrac{e}{s+1}$, **(D)** $\dfrac{1}{s^2}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) non è monotona, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** è strettamente cresente, **(D)** è costante.

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x,y)$ per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(0,x)$, **(B)** $(y,1)$, **(C)** $(-y,x)$, **(D)** (y,x).

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z}\, dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) -1, **(B)** $2\pi i$, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** i.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) -1, **(B)** $-\infty$, **(C)** 0, **(D)** 1.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su $[-1,1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, **(D)** su $[-1, 0]$ ma non su $[-1,1]$.

12. Lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{z^2-2}{z^2+2}$$

ha raggio di convergenza
(A) 1, **(B)** $\sqrt{2}$, **(C)** infinito, **(D)** 2.

Analisi Matematica II e Complementi
Prova scritta n. 6
Ingegneria, a.a. 2009-2010
19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

ammonito

espulso

voto

cognome

nome

matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: `DDCB DACC AABB`

---

1. La funzione $f(x, y) = x^2 - y^2 + y^3$ nel punto $(0, 0)$
(A) ha un punto di minimo, **(B)** ha punto sella, **(C)** ha un punto di massimo, **(D)** non ha un punto critico.

---

2. La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto $(0, 0)$ è
(A) né continua né derivabile, **(B)** derivabile ma non differenziabile, **(C)** continua ma non derivabile, **(D)** differenziabile.

---

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon y \geq 0,\ x \leq 1,\ y \leq x\}$. Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A) $\frac{1}{3}$, **(B)** $\frac{1}{4}$, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** 1.

---

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = 2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$
(A) un centro, **(B)** un punto sella, **(C)** un fuoco, **(D)** un nodo.

---

5. L'integrale

$$\int_\gamma \frac{z-1}{z^5+1} \, dz$$

con $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, vale
(A) $4\pi i$, **(B)** 0, **(C)** $2\pi i$, **(D)** $10\pi i$.

---

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è
(A) $\dfrac{1}{s^2}$, **(B)** $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(C)** $\dfrac{1}{s(s+1)}$, **(D)** $\dfrac{e}{s+1}$.

---

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(1-y)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) non è monotona, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** è costante, **(D)** è strettamente cresente.

---

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(0, x)$, **(B)** $(y, 1)$, **(C)** (y, x), **(D)** $(-y, x)$.

---

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z} \, dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) -1, **(B)** i, **(C)** $2\pi i$, **(D)** $\sqrt{2}$.

---

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) $-\infty$, **(B)** 0, **(C)** -1, **(D)** 1.

---

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, **(C)** su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(D)** su tutto $\mathbb{R}$.

---

12. Lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{z^2-2}{z^2+2}$$

ha raggio di convergenza
(A) infinito, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** $\sqrt{2}$.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)		voto
☐	ammonito	☐
☐	espulso	

cognome	nome	matricola

risposte:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

codice compito: `BDCD ADBC AABC`

---

1. La funzione $f(x, y) = xy - x^2y$ nel punto $(0, 0)$
(A) ha un punto di minimo, **(B)** ha un punto di massimo, **(C)** ha punto sella, **(D)** non ha un punto critico.

---

2. La funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nel punto $(0, 0)$ è
(A) né continua né derivabile, **(B)** derivabile ma non differenziabile, **(C)** continua ma non derivabile, **(D)** differenziabile.

---

3. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, \ x \leq 1, \ y \leq x\}$. Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A) $\frac{1}{4}$, **(B)** $\frac{1}{2}$, **(C)** 1, **(D)** $\frac{1}{3}$.

---

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0, 0)$
(A) un centro, **(B)** un fuoco, **(C)** un punto sella, **(D)** un nodo.

---

5. L'integrale

$$\int_\gamma \frac{z-1}{z^5+1} \, dz$$

con $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, vale
(A) $2\pi i$, **(B)** $4\pi i$, **(C)** 0, **(D)** $10\pi i$.

---

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = e^t(1 + e^t)$$

è
(A) $\dfrac{1}{s(s+1)}$, **(B)** $\dfrac{1}{s^2}$, **(C)** $\dfrac{e}{s+1}$, **(D)** $\dfrac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$.

---

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x-1)^2(y-1) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) non è monotona, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** è costante, **(D)** è strettamente cresente.

---

8. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x, y)$ per ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(-y, x)$, **(B)** (y, x), **(C)** $(y, 1)$, **(D)** $(0, x)$.

---

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z} \, dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) -1, **(B)** i, **(C)** $2\pi i$, **(D)** $\sqrt{2}$.

---

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2e^t \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** $-\infty$, **(D)** -1.

---

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su tutto $\mathbb{R}$, **(B)** su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(C)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$, **(D)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$.

---

12. Lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{z^2-2}{z^2+2}$$

ha raggio di convergenza
(A) $\sqrt{2}$, **(B)** 1, **(C)** infinito, **(D)** 2.

Analisi Matematica II e Complementi

Prova scritta n. 6

Ingegneria, a.a. 2009-2010

19 febbraio 2011

(spazio riservato al docente)

voto

ammonito

espulso

cognome | nome | matricola

risposte: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

codice compito: `CDAB CBCB AADD`

1. La funzione $f(x,y) = x^2 + y^2 - x^3$ nel punto $(0,0)$
(A) non ha un punto critico, **(B)** ha punto sella, **(C)** ha un punto di massimo, **(D)** ha un punto di minimo.

2. La funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

nel punto $(0,0)$ è
(A) né continua né derivabile, **(B)** differenziabile, **(C)** continua ma non derivabile, **(D)** derivabile ma non differenziabile.

3. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon y \geq 0,\ x \leq 1,\ y \leq x\}$. Calcolare

$$\iint_D x \, dx \, dy$$

(A) 1, **(B)** $\frac{1}{3}$, **(C)** $\frac{1}{2}$, **(D)** $\frac{1}{4}$.

4. Le soluzioni del sistema lineare autonomo

$$\begin{cases} x' = -y \\ y' = -2x \end{cases}$$

hanno in $(0,0)$
(A) un punto sella, **(B)** un centro, **(C)** un nodo, **(D)** un fuoco.

5. L'integrale

$$\int_\gamma \frac{z-1}{z^5+1} \, dz$$

con $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$, vale
(A) $4\pi i$, **(B)** $2\pi i$, **(C)** $10\pi i$, **(D)** 0.

6. La trasformata di Laplace della funzione

$$f(t) = \frac{1}{e^{t-1}}$$

è
(A) $\frac{1}{s^2}$, **(B)** $\frac{2s-3}{(s-1)(s-2)}$, **(C)** $\frac{1}{s(s+1)}$, **(D)** $\frac{e}{s+1}$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2(y-1)^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Allora possiamo affermare che $y(x)$
(A) è costante, **(B)** è strettamente decrescente, **(C)** non è monotona, **(D)** è strettamente cresente.

8. Sia $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Quale dei seguenti vettori potrebbe essere il valore di $\nabla f(x,y)$ per ogni $(x,y) \in \mathbb{R}^2$?
(A) $(-y, x)$, **(B)** $(y, 1)$, **(C)** (y, x), **(D)** $(0, x)$.

9. Calcolare $\int_\gamma \bar{z} \, dz$ con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.
(A) $\sqrt{2}$, **(B)** $2\pi i$, **(C)** i, **(D)** -1.

10. La trasformata di Laplace della funzione $f(t) = t^2 e^{-t} \sin t$ ha ascissa di convergenza
(A) $-\infty$, **(B)** 1, **(C)** -1, **(D)** 0.

11. La successione di funzioni

$$f_k(x) = e^{\frac{x}{k}}$$

converge uniformemente
(A) su $[-1, 0]$ ma non su $[-1, 1]$, **(B)** su $(-\infty, 1]$ ma non su tutto $\mathbb{R}$, **(C)** su tutto $\mathbb{R}$, **(D)** su $[-1, 1]$ ma non su tutto $(-\infty, 1]$.

12. Lo sviluppo di Taylor in $z_0 = 0$ della funzione

$$f(z) = \frac{z^2 - 2}{z^2 + 2}$$

ha raggio di convergenza
(A) infinito, **(B)** 1, **(C)** $\sqrt{2}$, **(D)** 2.