Analisi Matematica 2 e Complementi
Scheda di preparazione n. 4 (analisi complessa) – 8 maggio 2010
Ingegneria, a.a. 2009-2010

cognome	nome	matricola

risposte:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

1. Quale delle seguenti funzioni è olomorfa?
(A) $f(x+iy) = x - iy$, **(B)** $f(x+iy) = x$, **(C)** $f(x+iy) = x^2 + 2ixy - y^2$, **(D)** $f(x+iy) = x^2 + y^2$.

2. La funzione

$$f(z) = \frac{z}{z^5+1}$$

quanti punti singolari ha?
(A) 1, **(B)** 2, **(C)** nessuno, **(D)** 5.

3. La funzione

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{z}$$

ha nel punto $z_0 = 0$
(A) un polo di ordine 2, **(B)** un polo essenziale, **(C)** una singolarità eliminabile, **(D)** un polo semplice.

4. Calcolare $\text{Res}(f, 0)$ per la funzione

$$f(z) = e^z - \sin z.$$

(A) 1, **(B)** $2\pi i$, **(C)** i, **(D)** 0.

5. Calcolare $\text{Res}(f, 0)$ per la funzione

$$f(z) = 2z^3 + 7z - 1 - \frac{3}{z} + \frac{5}{z^3}.$$

(A) 2, **(B)** -3, **(C)** 0, **(D)** 4.

6. La funzione

$$f(z) = e^z + \frac{1}{e^z}$$

(A) non è olomorfa, **(B)** non ha singolarità in $\mathbb{C}$, **(C)** ha una singolarità eliminabile, **(D)** ha un polo semplice.

7. L'integrale $\int_\gamma \frac{z}{1+z^3}\,dz$ sulla circonferenza $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$ vale
(A) 1, **(B)** i, **(C)** $2\pi i$, **(D)** 0.

8. L'integrale $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+2}\,dx$ vale
(A) 1, **(B)** π, **(C)** i, **(D)** $\frac{\pi}{3}$.

9. Calcolare $\text{Res}(f, \pi)$ per la funzione

$$f(z) = \frac{1}{\sin z}.$$

(A) π, **(B)** -1, **(C)** 2, **(D)** 0.

10. Calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2ix}}{1+x^2}\,dx.$$

(A) πe^{-2}, **(B)** 2, **(C)** 2π, **(D)** $\pi \log 2$.

11. Si consideri la funzione

$$f(z) = \frac{z^2+z+1}{(z-2)^2(z^2+4)^2}.$$

Calcolare

$$\text{Res}(f, 2) + \text{Res}(f, 2i) + \text{Res}(f, -2i).$$

(A) 2, **(B)** 0, **(C)** -1, **(D)** π.

12. Sia $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ una funzione che soddisfa $f(z^*) = f(z)^*$ e sia $\gamma(t)\colon [-T, T] \to \mathbb{C}$ una curva che verifica $\gamma(-t) = \gamma(t)^*$. Allora possiamo affermare che l'integrale

$$\int_\gamma f(z)\,dz$$

(A) ha parte immaginaria uguale alla parte reale, **(B)** ha parte reale nulla, **(C)** vale 42, **(D)** ha parte immaginaria nulla.