

# Analisi Matematica 2 e Complementi

Scheda di autovalutazione n. 2: integrali multipli, integrali di linea, integrali di superficie

Ingegneria, a.a. 2009-2010

cognome									nome					matricola		
risposte:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				

Il test va svolto in un tempo massimo di 30 minuti, senza utilizzare libri, appunti e calcolatrici. L'autovalutazione e le soluzioni si potranno trovare nella pagina web del docente. Il punteggio base è di 12 punti. Ogni risposta corretta vale un punto. Il punteggio (negativo) per le

risposte sbagliate va ricavato dalla tabella:

risposte sbagliate:	0	1	2	3	4	5 o più
punteggio:	0	0	-1	-2	-4	-8

## 1. La misura dell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y^4 \leq 1\}$$

è: (A) 0, (B) 1, (C)  $\frac{4}{3}$ , (D)  $\frac{3}{4}$ .

## 2. Calcolare l'integrale

$$\iint_Q x^2 y \, dx \, dy$$

sul quadrato  $Q = [0, 1] \times [0, 1]$ . Il risultato è (A) 0, (B)  $\frac{1}{6}$ , (C) 1, (D)  $\frac{1}{2}$ .

3. Il determinante Jacobiano  $|\det D\varphi|$  della trasformazione  $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\varphi(x, y) = (x^2, xy)$  è (A)  $|x^3 y|$ , (B)  $|2x^2 - y^2|$ , (C)  $y^2$ , (D)  $2x^2$ .

## 4. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} xy \, ds \quad \text{dove } \gamma(t) = (\cos t, \sin t), t \in [0, \pi].$$

Il risultato è: (A) 0, (B) 1, (C) -1, (D)  $\pi$ .

## 5. La forma differenziale

$$\omega = \sin y \, dx + x \cos y \, dy$$

è (A) né chiusa né esatta, (B) chiusa ma non esatta, (C) esatta ma non chiusa, (D) chiusa ed esatta.

## 6. Si consideri il campo vettoriale

$$\xi(x, y, z) = (x^2 + y, x - y, z).$$

Il rotore di  $\xi$  è: (A) (0, 0, 0), (B) (2x, -1, 1), (C) (1, -1, 0), (D) (x^2, 0, 0).

## 7. Calcolare l'integrale di linea $\int_{\gamma} \omega$ dove

$$\omega = x \, dx + y \, dy, \quad \gamma(t) = (2t^3 - t, t^5 - t^2), \quad t \in [0, 1].$$

Il risultato è: (A) -1, (B) 0, (C)  $\frac{1}{2}$ , (D) 1.

8. L'area della superficie parametrizzata da  $\varphi(u, v) = (u, v, v)$  con  $u \in [0, 1]$ ,  $v \in [0, 2]$  è: (A)  $\pi$ , (B) 2, (C)  $2\sqrt{2}$ , (D)  $\frac{1}{2}$ .

## 9. Calcolare

$$\iint_B x^2 - y^2 \, dx \, dy$$

dove  $B = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3\}$ . Il risultato è: (A) 0, (B)  $-\pi$ , (C)  $\pi$ , (D)  $\frac{\pi}{3}$ .

10. Sia  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2, z \in [0, 1]\}$ . Calcolare

$$\int_{\partial^+ \Omega} \xi \cdot \nu_{\Omega} \, d\sigma$$

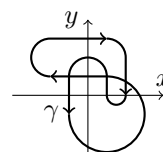
dove  $\xi(x, y, z) = (x, y, z)$ . Il risultato è: (A) 0, (B)  $6\pi$ , (C)  $2\sqrt{2}\pi$ , (D)  $12\pi$ .

11. L'area della regione piana racchiusa dalla curva (data in coordinate polari)  $\rho(\theta) = \sqrt{1 + \cos \theta}$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ , è: (A) 1, (B)  $\pi$ , (C)  $\sqrt{\pi}$ , (D)  $\sqrt{2}$ .

## 12.

Calcolare l'integrale  $\int_{\gamma} \omega$  dove

$$\omega = \frac{(x - y) \, dx + (x + y) \, dy}{x^2 + y^2}$$



e  $\gamma$  è la curva rappresentata in figura. Il risultato è: (A) 0, (B)  $-2\pi$ , (C)  $2\pi$ , (D)  $4\pi$ .