UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Registro dell'insegnamento

Anno Accademico 2008/2009

Facoltà:	**Scienze Matematiche Fisiche e Naturali**
Insegnamento:	**Analisi Matematica I**
Settore:	. . . .
Corsi di studio:	. . . .
	. . . .
	. . . .
	. . . .

Prof.	Emanuele Paolini
Settore Inquadramento:	Analisi Matematica

N.B.- Ai sensi dell'art.2 della Legge 1-5-1941. n.615, i direttori degli istituti e dei laboratori nei quali si eseguono esperimenti sugli animali dovranno allegare al presente registro delle lezioni anche il registro contenente i dati relativi agli esperimenti di cui sopra.

☐ Lezione	☒ Esercitazione	☐ Laboratorio	☐ Seminario

Data *15.10.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Un po' di logica. Assiomi. Predicati. Operatori logici.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *5.11.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Assiomi dei numeri reali. L'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzioni in $\mathbb{Q}$. Per ogni $y > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ l'equazione $x^n = y$ ha una (unica) soluzione $x > 0$, $x \in \mathbb{R}$. Definizione $\sqrt[n]{x}$. Proprietà delle potenze a^n.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *6.11.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Properità invariantiva: $\sqrt[q]{a^p} = \sqrt[nq]{a^{np}}$. Definizione di a^r per $r \in \mathbb{Q}$:

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Proprietà dell'esponenziale a^r su $\mathbb{Q}$. Lemma di continuità dell'esponenziale: dato $a > 1$ dato $\varepsilon > 0$ esiste $n \in \mathbb{N}$ tale che $a^{\frac{1}{n}} < 1 + \varepsilon$.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *12.11.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Definizione a^x *per* $a > 1$, $x \in \mathbb{R}$*:*

$$a^x = \sup\{a^r : r \in \mathbb{Q},\ r < x\}.$$

Vale

$$\sup\{a^r : r \in \mathbb{Q},\ r < x\} = \inf\{a^s : s \in \mathbb{Q},\ s > x\}$$

in quanto i due insiemi in considerazione sono contigui. Proprietà di Archimede. Proprietà di densità dei razionali.
Caratterizzazione di sup *e* inf*:*

$$x = \sup A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall a \in A \colon x \geq A \\ \forall \varepsilon > 0 \exists a \in A \colon x < a + \varepsilon. \end{cases}$$

Esercizi su sup *e* inf*,* max *e* min*.*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *13.11.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Proprietà sup *e* inf*:* $\sup(-A) = -\inf A$, $\sup A + B = \sup A + \sup B$, $\sup AB = \sup A \sup B$ *(se* $A \geq 0$*,* $B \geq 0$*). Proprietà dell'esponenziale* $x \mapsto a^x$ *per* $x \in \mathbb{R}$ *(*$a > 1$*):*

1. $x \mapsto a^x$ *è strettamente crescente;*
2. $a^{x+y} = a^x a^y$ *(cenni di dimostrazione);*
3. $a^{xy} = (a^x)^y$ *(non dimostrato);*
4. $(ab)^x = a^x b^x$ *(non dimostrato).*

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *19.11.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Definizione geometrica delle funzioni trigonometriche. Funzionio inverse. Proprietà geometrica:

$$\sin x \le x \le \tan x \qquad \forall x \in [0, \pi/2]$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *20.11.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Matrice di rotazione. Formule di somma per seno e coseno. Formule di bisezione. Funzioni iperboliche. Funzioni iperboliche inverse.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *26.11.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Proprietà del valore assoluto, disuguaglianze triangolari. Definizione di limite di funzione e successione. Utilizzare la definizione per risolvere i seguenti limiti

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+2}{n^2-2} = 0, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{n^3+3}{3n(n+1)^2} = \frac{1}{3}, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}+1}{\sqrt{n+1}} = 1.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *27.11.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Limiti notevoli:

$$\lim_{n\to\infty} a^n, \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1, \qquad \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^b} = 1.$$

inoltre

$$\lim_{x\to 0} \sin x = 0, \qquad \lim_{x\to 0} \cos x = 1.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *3.12.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Limiti notevoli:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1, \qquad \lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e.$$

Esercizi:

$$\lim_n n\sin\frac{1}{n}, \qquad \lim_n \frac{\sin n}{n}, \qquad \lim_n \left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{\frac{n+1}{\sqrt{n}}} \qquad \lim_n (n+1)^2\sin\frac{1}{n^2}.$$

$$\lim_n \frac{n^3-2n\sin n}{\sqrt{n+1}(2+n^2)}, \qquad \lim_n (1+n^2)\left(\frac{1+\sqrt{n^5}}{\sqrt{n^5+1}-\cos^2\frac{1}{n}}\right).$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *4.12.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Esercizi sui limiti:

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^2+1}-\sqrt[3]{x^2}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x^2}, \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\cos\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{\sin\frac{1}{n^2}}}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *10.12.2008* Totale ore *2*
Argomento:
I seguenti limiti non esistono:

$$\lim_{x\to 0} \chi_{\mathbb{Q}}(x), \qquad \lim_{x\to+\infty} \sin x, \qquad \lim_{n\to+\infty} \sin n.$$

Riepilogo delle proprietà di $\liminf$ *e* $\limsup$. *Per casa cercare di dimostrare che* $\limsup_n \sin n = 1$.
Il limite

$$\lim_{x\to+\infty} x \sin \frac{1+2\pi x^2}{x}$$

non esiste, invece il limite

$$\lim_{n\to+\infty} n \sin \frac{1+2\pi n^2}{n}$$

esiste (e vale 1).
Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} n \sin \frac{1+\pi n^2}{n}$$

non esiste.
Esercizi sugli ordini di infinito:

$$\lim_n \frac{n\log n + n!}{n^n + 2^n}, \qquad \lim_n \frac{n^2+2^n}{n}.$$

Per casa:

$$\lim_n \frac{(n+1)! - 2^n}{n! + \log n} \sin\frac{1}{n}, \qquad \lim_n \left(\frac{n^2+2n+7}{n^2+6}\right)^n, \qquad \lim_n n \sin\sin\frac{1}{n}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *11.12.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_n \frac{2^{n!}}{2^n!}, \qquad \lim_n \frac{n!^2}{n^2!}, \qquad \lim_n \frac{n^n!}{n!^n}.$$

Calcolare $\lim_n \frac{\lfloor\sqrt{2}n\rfloor}{n}$.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *17.12.2008* Totale ore *2*
Argomento:
Determinare il $\liminf$ *e il* $\limsup$ *della seguente successione:*

$$\sqrt{n} - \lfloor \sqrt{n} \rfloor.$$

Continuità. Operazioni con le funzioni continue. Esempi di funzioni continue e non. La funzione $f\colon [0,1] \cup (2,3] \to [0,2]$ *definita da*

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in [0,1] \\ x-1 & \text{se } x \in (2,3] \end{cases}$$

è continua e invertibile, ma l'inversa non è continua.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *18.12.2008* Totale ore *1*
Argomento:
Studiare la continuità delle seguenti funzioni

$$\begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x\sin(1/x) & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Anticipazione del teorema degli zeri e del teorema dei valori intermedi.
Dimostrare che l'equazione

$$x^7 + 3x^2 - 5x + 17 = 0$$

ha soluzione.
Sia $f\colon [0,1] \to [0,1]$ *una funzione continua. Dimostrare che l'equazione* $f(x) = x$ *ha soluzione.*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *7.1.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Successioni definite per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 4 - \frac{1}{a_n}, \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = 1 + a_n^2, \end{cases}$$
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1 = \frac{1}{2} \\ a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a\,n}. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *8.1.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Successioni definite per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \\ a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n} \end{cases}$$

Calcolare il $\lim a_n$ *per* $\alpha = -2006$ *e per* $\alpha = 2006/2004$. *Quali sono i valori di* α *per i quali la successione non è ben definita?*
Calcolare $\lim F_{n+1}/F_n$ *dove* F_n *è la successione di Fibonacci:* $1, 1, 2, 3, 5, \ldots$
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *14.1.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Successioni definite per ricorrenza. Se $f : I \to I$ *è crescente allora una successione che soddisfa* $a_{n+1} = f(a_n)$ *risulta essere monotòna. Se* $f : I \to I$ *è decrescente allora le successioni* a_{2n} *e* a_{2n-1} *sono monotòne.*
Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ *determinare il limite della successione definita da*

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{a_n^2 - a_n}{2}. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *15.1.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ determinare (se esiste) il limite della successione definita da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = 1 - a_n^2. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *21.1.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Formule di derivazione: derivata delle funzioni elementari, derivata della somma, del prodotto e del rapporto, derivata della funzione composta e della funzione inversa.
Dire se le seguenti funzioni sono continue, derivabili e se la derivata è continua:

$$\begin{cases} x^2 & \text{se } x > 0 \\ x & \text{se } x \leq 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \arctan x & \text{se } x \geq 0 \\ \sin x & \text{se } x < 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ \cos x & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *22.1.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Studiare continuità e derivabilità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (2x - \pi) \tan x & \text{se } \cos x \neq 0 \\ -2 & \text{se } \cos x = 0. \end{cases}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *28.1.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Digressione sulle funzioni continue e gli invarianti topologici. Trovare esempi o dimostrare la non esistenza di:

1. *una funzione continua, bigettiva, con inversa continua* $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$*;*
2. *una funzione continua, surgettiva* $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$*;*
3. *una funzione continua, surgettiva* $f\colon (0,1] \to \mathbb{R}$*;*
4. *una funzione continua, bigettiva* $f\colon (0,1] \to \mathbb{R}$*;*
5. *una funzione (non continua) bigettiva* $f\colon (0,1] \to \mathbb{R}$ *(per casa).*

Nozioni iniziali sullo studio di funzioni: campo di esistenza, comportamento ai limiti, esistenza della derivata, intervalli di monotonia, massimi-minimi...
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *29.1.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Come si determinano gli asintoti obliqui. La funzione $(1 + 1/x)\log x$ *non ha un asintoto obliquo.*
Studio di funzione:

$$f(x) = xe^{\frac{1}{1-|x|}}.$$

Trovare gli asintoti obliqui e dire se la funzione attraversa gli asintoti.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *12.2.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Completato esercizio della volta precedente. I seguenti sono esercizi presi dal compito di Analisi I modulo (del 4.2.2009). Calcolare

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n!}$$

Mostrare che la funzione

$$f(x) = x \sin|x|$$

è continua e derivabile. La derivata è continua?
Si consideri la funzione

$$f(x) = x - \arctan x.$$

Dimostrare che $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *è bigettiva. Sia* $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *la funzione inversa di* f*. In quali punti* g *è derivabile? Calcolare* $g'(1 - \pi/4)$*.*
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *18.2.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = \sqrt{x}\left|1 + \frac{1}{\log x}\right|.$$

Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = x^3 e^{\frac{1}{x}}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *23.2.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^4 - 4ax^3 + a = 0$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$. *Quante di queste soluzioni sono maggiori di* 1? *Al variare di* $a \in \mathbb{R}$ *determinare il numero di soluzioni dell'equazione*

$$x^2 e^{-x} = a.$$

Studio qualitativo della funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sin x.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *25.2.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Richiami sulla convessità. La disuguaglianza di Young:

$$xy \leq \frac{1}{p}x^p + \frac{1}{q}y^q \qquad \textit{per ogni } x, y \geq 0,\ p, q > 0,\ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

Dimostrare che $e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2}$ *per ogni* $x \geq 0$. *Mostrare che vale la disuguaglianza opposta quando* $x \leq 0$.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *2.3.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Definizione di primitiva. L'integrale indefinito come insieme delle primitive. Il teorema di caratterizzazione dell'insieme delle primitive. Primitive immediate date dalle formule di derivazione.
☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *4.3.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Trovare almeno una primitiva delle seguenti funzioni:

$$(x^2+2)^2, \quad \frac{1}{1-x}, \quad \frac{x+1}{x^2+2x}, \quad e^{3x}, \quad xe^{-x^2}, \quad \frac{1}{x\log x}, \quad \sin^7 x\,\cos x,$$

$$\sin x\cos x, \quad (e^x+1)^2, \quad \sin^2 x, \quad \frac{2x}{1+x^2}, \quad \frac{1}{1+x^2}, \quad \frac{1}{1-x^2},$$

$$\frac{1}{x^2+2}, \quad \frac{1}{x\log^2 x}, \quad \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, \quad x\sin(x^2), \quad \frac{\arctan x}{1+x^2},$$

$$\tan^2 x, \quad \frac{1}{\cos^2 x}, \quad \frac{1}{\sin^2 x}, \quad \frac{e^x}{1+e^{2x}}, \quad \frac{1}{x\sqrt{\log x}}, \quad \frac{1}{\tan x\sqrt{\log\sin x}}$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *18.3.2009* Totale ore *2*
Argomento:
La formula di integrazione per parti. Trovare le primitive delle seguenti funzioni utilizzando l'integrazione per parti:

$$x\log x, \quad \log x, \quad \arctan x, \quad x^3\arctan x,$$
$$e^x\sin x, \quad \sin x\cos x.$$

La formula di integrazione per sostituzione. Sostituzione diretta:

$$\frac{1}{x\log x}, \quad \frac{\log x}{x^2}.$$

Sostituzione inversa:

$$\sqrt{1-x^2}, \quad \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}, \quad \sqrt{1+x^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *19.3.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Integrazione delle funzioni razionali. Caso in cui abbiamo tutte le radici reali distinte:

$$\frac{x-5}{x^2-5x+6}, \qquad \frac{x^2-1}{x(x-3)(x-5)}.$$

Caso in cui abbiamo tutte le radici reali, eventualmente con molteplicità:

$$\frac{3x-1}{(x-1)(x-2)^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *25.3.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Integrazione di funzioni razionali. Caso in cui al denominatore abbiamo radici complesse. Trovare una primitiva di:

$$\frac{1}{2x^2+4}, \qquad \frac{1}{x^2+6x+15}, \qquad \frac{3x-5}{x^2-4x+20},$$
$$\frac{x-2}{(x-3)(x^2+4)}, \qquad \frac{1}{(1+x^2)^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *30.2.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Integrali che "non si sanno" calcolare:

$$\int e^{-x^2}\,dx, \qquad \int \frac{\sin x}{x}\,dx, \qquad \int \frac{1}{\log x}\,dx.$$

Integrali da 15":

$$\int \frac{e^x+\cos x}{e^x+\sin x}\,dx, \qquad \int \frac{2}{\sqrt{x}-\sqrt{x+2}}\,dx, \qquad \int \frac{\log\log x}{x}\,dx.$$

Utilizzo della formula di Taylor nei limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *1.4.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Calcolare i seguenti limiti (utilizzando la formula di Taylor):

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}+2\cos x-3}{x\sin^3 x}, \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x - x\cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}},$$
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}+2\cos x-3}{x\sin^3 x}, \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin x - x\cos x}{\sqrt{\tan^3 x^2}},$$
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(\arctan(1/x))-1}{x^2}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *22.4.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Dimostrare che $x = 0$ è un punto di minimo locale per la funzione

$$f(x) = x(6\sin x - 6x + x^3)(2\cos x - 2 + x^2) + x^2(e^{x^4} - 1 - x^4),$$

Calcolare $f^{iv}(0)$ per

$$f(x) = (\sin(x^2) + e^x)\log(1 + x).$$

Integrali definiti. Ripasso su: primitive, funzioni integrali, teorema fondamentale del calcolo, formula fondamentale del calcolo. Cambio di variabili negli integrali definiti. Calcolare:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{0} \frac{x}{\sqrt{1 - x^4}}\, dx.$$

L'integrale di una funzione dispari su un intervallo simmetrico è zero. Calcolare

$$\int_{-1}^{1} \frac{\cos x(e^x - e^{-x})}{\sqrt{1 + x^2}}\, dx.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *29.4.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x\, dx \qquad \int_0^{2\pi} \sin^7 x\, dx.$$

Calcolare

$$\int_{-1}^{1} (x^2 + \sin x)\log(1 + x^2)\, dx.$$

Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = \int_0^x e^{-t^2}\, dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *30.4.2009* Totale ore 2
Argomento:
Calcolare i seguenti integrali impropri al variare di $p \in \mathbb{R}$*:*

$$\int_0^1 x^p \, dx, \qquad \int_1^{+\infty} x^p \, dx.$$

Criteri di convergenza basati sui criteri di asintoticità. Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri:

$$\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} \, dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx, \qquad \int_1^{+\infty} \left(\sin \frac{1}{x}\right)^2 dx$$

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \log x} \, dx, \qquad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{\tan x}} \, dx, \qquad \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt{x}} - 1} \, dx, \qquad \int_0^1 \exp(-\frac{1}{x-1}) \, dx.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *6.5.2009* Totale ore 2
Argomento:
Definizione della funzione $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{x-1} \, dt$*. Dominio di* Γ*, studio qualitativo,* $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$*,* $\Gamma(n+1) = n!$*.*
Tramite confronto tra serie e integrali, dimostriamo che

$$\frac{n^n}{e^n} \le n! \le \frac{(n+1)^{(n+1)}}{2e^{(n+1)}}.$$

Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ *continua e tale che* $f(0) = 1/42$*. Posto*

$$g(x) = \int_0^{\frac{x^3}{3} + x} f(t) \, dt$$

si provi che g *è iniettiva e che detta* $h(y)$ *la funzione inversa di* g *(definita su* $g(\mathbb{R})$*) si ha*

$$h(y) = 42y + o(y), \qquad y \to 0.$$

Calcolare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ *della funzione*

$$f(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \log(\cos t) \, \tan^2 t \, dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *13.5.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Provare che

$$\lim_{x\to 0^+} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3}\, dt = \infty$$

quindi calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\log x} \int_x^1 \frac{e^t - \cosh^2 \sqrt{t}}{t^3}\, dt = \infty.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = x^2 + \int_0^x \frac{1}{1+t} \log(1+t^2)\, dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\tan x} \frac{\cos t}{1+t^2}\, dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *20.5.2009* Totale ore *2*
Argomento:
Studiare la funzione

$$f(x) = \int_1^{\log|x|} \arctan \frac{1}{\sqrt{|t|}}\, dt.$$

Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^x \arctan \sqrt{|1 + \log t|}\, dt.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma . . . .

☐ Lezione ☒ Esercitazione ☐ Laboratorio ☐ Seminario
Data *22.5.2009* Totale ore *1*
Argomento:
Serie numeriche. Ricapitolazione dei criteri di convergenza. Determinare il carattere delle seguenti serie

$$\sum_k e^{\frac{1}{k}}, \qquad \sum_k e^{-3k}, \qquad \sum_k \frac{k!}{k^k}, \qquad \sum_k \left(\frac{k-1}{k}\right)^{(k^2)}, \qquad \sum_k \sin\frac{1}{k}.$$

☐ sostituito da ☐ in collaborazione con

Firma ....

RIEPILOGO

Lezioni	n° ore	0
Esercitazioni	n° ore	65
Laboratori	n° ore	0
Seminari	n° ore	0
Totale ore		65

Visto: IL PRESIDE DELLA FACOLTÀ

. . . .

FIRMA DEL DOCENTE

. . . .