

# Analisi Matematica 1

## Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2008-2009

15 giugno 2009

\*AA\*\*AA\*

1. Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n - a_n^3, \\ a_1 = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

2. Al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2} x^n$$

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin^2 x + \cos(x^2) - x^2)^3 - 1}{x^\alpha \log(1+x)}.$$

4. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{\pi}{4} + \log(x^3 - x) = \operatorname{arctg} x.$$

5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\log t} dt$$

definita per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ .

- (a) Dimostrare che  $f$ ,  $f'$  e  $f''$  sono definite e positive in ogni punto del dominio di  $f$  (cioè per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ ).
- (b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (c) Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - f(1/x) = 0$ .
- (d) Dimostrare che la funzione  $f$  può essere estesa per continuità nel punto  $x = 1$ .

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica 1

## Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2008-2009

15 giugno 2009

\*BB\*\*BB\*

1. Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n - a_n^3, \\ a_1 = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

2. Al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n^2} x^n$$

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\tan^2 x + \cos(x^2) - x^2)^3 - 1}{x \log(1 + x^\alpha)}.$$

4. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{\pi}{4} + \log(x - x^3) + \operatorname{arctg} x = 0.$$

5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\log t} dt$$

definita per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ .

- (a) Dimostrare che  $f$ ,  $f'$  e  $f''$  sono definite e positive in ogni punto del dominio di  $f$  (cioè per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ ).
- (b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (c) Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - f(1/x) = 0$ .
- (d) Dimostrare che la funzione  $f$  può essere estesa per continuità nel punto  $x = 1$ .

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica 1

## Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2008-2009

15 giugno 2009

\*CC\*\*CC\*

1. Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{2}(a_n - a_n^3), \\ a_1 = \frac{6}{5}. \end{cases}$$

Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

2. Al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 2} x^n$$

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\tan^2 x + e^{(x^4)} - x^2)^3 - 1}{x^\alpha \log(1 + x^2)}.$$

4. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{\pi}{4} + \log(x^3 - x) = \operatorname{arctg} x.$$

5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\log t} dt$$

definita per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ .

- Dimostrare che  $f$ ,  $f'$  e  $f''$  sono definite e positive in ogni punto del dominio di  $f$  (cioè per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ ).
- Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - f(1/x) = 0$ .
- Dimostrare che la funzione  $f$  può essere estesa per continuità nel punto  $x = 1$ .

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.

# Analisi Matematica 1

## Prova scritta n. 1

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2008-2009

15 giugno 2009

\*DD\*\*DD\*

1. Sia  $a_n$  la successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n - a_n^3, \\ a_1 = -\frac{6}{5}. \end{cases}$$

Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

2. Al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$  determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2} x^n$$

3. Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin^2 x + e^{(x^4)} - x^2)^3 - 1}{x^2 \log(1+x^\alpha)}.$$

4. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{\pi}{4} + \log(x - x^3) + \operatorname{arctg} x = 0.$$

5. Si consideri la funzione

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\log t} dt$$

definita per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ .

- (a) Dimostrare che  $f$ ,  $f'$  e  $f''$  sono definite e positive in ogni punto del dominio di  $f$  (cioè per  $x > 0$  e  $x \neq 1$ ).
- (b) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (c) Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) - f(1/x) = 0$ .
- (d) Dimostrare che la funzione  $f$  può essere estesa per continuità nel punto  $x = 1$ .

---

**N.B.** Sulla prima pagina del compito occorre scrivere, oltre al proprio nome e cognome, il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto. Non è necessario consegnare questo foglio.