

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

21 dicembre 2006

\*\*\*\*\*AAA

1. Sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} (1-x) \sin \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

e si ponga  $f(x) = g(\cos x)$ . Studiare la continuità e la derivabilità della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \arcsin(\sin(\sqrt[3]{x})).$$

- (a) Studiare la continuità della funzione  $f$ .  
(b) Calcolare, o dimostrare che non esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

3. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = x^7 + x^5 + x^3 - 1.$$

- (a) Dimostrare che  $f$  è invertibile (iniettiva e surgettiva).  
(b) Determinare i punti in cui  $f^{-1}$  è derivabile.  
(c) Calcolare  $(f^{-1})'(-4)$ .

---

**N.B.** Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

21 dicembre 2006

\*\*\*\*\*BBB

1. Sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} (x-1) \cos \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

e si ponga  $f(x) = g(\cos x)$ . Studiare la continuità e la derivabilità della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \arcsin(\sin(x^2)).$$

- (a) Studiare la continuità della funzione  $f$ .  
(b) Calcolare, o dimostrare che non esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

3. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = x^9 + x^7 + x^3.$$

- (a) Dimostrare che  $f$  è invertibile (iniettiva e surgettiva).  
(b) Determinare i punti in cui  $f^{-1}$  è derivabile.  
(c) Calcolare  $(f^{-1})'(-3)$ .

---

**N.B.** Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

21 dicembre 2006

\*\*\*\*\*CCC

1. Sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} (1-x) \cos \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

e si ponga  $f(x) = g(1 - \sin x)$ . Studiare la continuità e la derivabilità della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = [\arctan(\sqrt[3]{x})].$$

Ricordiamo che  $[x]$  rappresenta la parte intera di  $x$  ovvero il più grande numero intero minore o uguale a  $x$  (es.:  $[1.9] = 1$ ,  $[-0.3] = -1$ ).

- (a) Studiare la continuità della funzione  $f$ .  
(b) Calcolare, o dimostrare che non esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

3. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = x^9 + x^5 + x^3.$$

- (a) Dimostrare che  $f$  è invertibile (iniettiva e surgettiva).  
(b) Determinare i punti in cui  $f^{-1}$  è derivabile.  
(c) Calcolare  $(f^{-1})'(3)$ .

---

**N.B.** Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.

# Analisi Matematica I modulo

## Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2006-2007

21 dicembre 2006

\*\*\*\*\*DDD

1. Sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} (x-1) \sin \frac{1}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \end{cases}$$

e si ponga  $f(x) = g(1 + \sin x)$ . Studiare la continuità e la derivabilità della funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ .

2. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = [\arctan(x^2)].$$

Ricordiamo che  $[x]$  rappresenta la parte intera di  $x$  ovvero il più grande numero intero minore o uguale a  $x$  (es.:  $[1.9] = 1$ ,  $[-0.3] = -1$ ).

- (a) Studiare la continuità della funzione  $f$ .  
(b) Calcolare, o dimostrare che non esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

3. Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = x^9 + x^5 + x^3 + 1.$$

- (a) Dimostrare che  $f$  è invertibile (iniettiva e surgettiva).  
(b) Determinare i punti in cui  $f^{-1}$  è derivabile.  
(c) Calcolare  $(f^{-1})'(4)$ .

---

**N.B.** Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome sul compito consegnato. Inoltre se si vuole tenere questo foglio è necessario trascrivere il codice di 8 lettere riportato nel riquadro in alto.