

Analisi Matematica III e IV modulo

Prova scritta n. 5

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

17 gennaio 2007

1. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^\alpha y}{x^2 + y^2} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{per } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Dire per quali valori di α la funzione è continua e per quali è differenziabile.

2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \log y \\ y(0) = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Sia $I \subset \mathbb{R}$ l'intervallo massimale di esistenza della soluzione. Quali delle seguenti affermazioni sono corrette?

- (a) $I \supseteq [0, +\infty)$
 - (b) $I \supseteq (-\infty, 0]$
 - (c) $I \subseteq (-\infty, 1]$
3. Si consideri il dominio piano $C = [1, 3] \times [0, 3] \setminus (2, 3] \times (1, 2)$. Calcolare

$$\int_{\partial^+ C} (x + y^2) dy.$$