# Analisi Matematica III e IV modulo
# Prova scritta n. 3

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2005-2006

7 settembre 2006

1. Sia $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   Dire se $f$ è continua e se è differenziabile nel punto $(0,0)$.

2. Si consideri la successione di funzioni

$$f_n(x) = \frac{nx^3}{1+|x|^n}.$$

   Studiarne la convergenza puntuale e determinare gli intervalli su cui si ha convergenza uniforme.

3. Determinare tutte le soluzioni del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt[3]{y} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

4. Calcolare l'integrale $\int_\gamma \omega$ della forma differenziale $\omega = y\,dx - x\,dy$, sulla curva $\gamma = \partial^+ D$ che percorre, in senso antiorario, il bordo del settore circolare $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \leq 1 \quad \text{e} \quad x \geq |y|\}$.