

Analisi Matematica IV modulo

Prova scritta preliminare n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

21 maggio 2004

1. Si consideri la forma differenziale ω definita sull'aperto $A = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ dall'espressione

$$\omega = \frac{y^3 dx - 3xy^2 dy}{x^2 + y^6}.$$

- (a) Dire se ω è chiusa in A .
- (b) Dire se ω è esatta in A .
- (c) Calcolare $\int_{\gamma} \omega$ sulla circonferenza $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$.
2. Dopo averlo disegnato, calcolare l'area del dominio $D \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dal segmento \overline{PQ} di estremi $P = (-3\pi, 0)$, $Q = (-\pi, 0)$ e dal tratto di spirale di Archimede $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ con gli stessi estremi.