

Analisi Matematica III modulo

Prova scritta n. 2

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

9 febbraio 2004

1. (a) Calcolare il limite

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{kx^3}{kx^2 + 1} e^{-x^2} dx.$$

- (b) Studiare la convergenza puntuale e uniforme su \mathbb{R} della successione di funzioni g_k definite da

$$g_k(x) = \int_0^x \frac{kt^3}{kt^2 + 1} e^{-t^2} dt.$$

2. Dire se la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{|x|(x+y)}{|x|+|y|} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua e se è differenziabile nel punto $(0, 0)$.

3. Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + 4\frac{y}{x} = e^{-x}.$$