Asintoti

17 febbraio 2003

1. Trovare un esempio di funzione $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile tale che
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$
ma non
$$\lim_{x\to\infty} f'(x) = 0.$$

2. Trovare un esempio di funzione $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile e tale che
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$
ma non esiste $l \in \mathbf{R}$ tale che
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = l.$$

3. Dimostrare il seguente risultato. Se $f\colon [x_0, \infty[\to \mathbf{R}$ è una funzione derivabile tale che
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = l$$
per qualche $l \in \mathbf{R}$ e se
$$\lim_{x\to\infty} f'(x) = m$$
allora $m = 0$.

4. Dimostrare che se $f\colon [x_0, \infty[\to \mathbf{R}$ è una funzione convessa (o concava) e se
$$\lim_{x\to\infty} f'(x) = m$$
con $m \in \mathbf{R}$ allora f ha un asintoto obliquo di coefficiente angolare m e inoltre il grafico della funzione non interseca mai l'asintoto.