

Estremi superiore ed inferiore

21 ottobre 2002

1. Determinare sup e inf dei seguenti sottoinsiemi di \mathbf{R} :

$$[0, 1], \quad [0, 1[, \quad \mathbf{N}, \quad \mathbf{Q}.$$

2. Determinare sup e inf dei seguenti sottoinsiemi di \mathbf{R} :

$$\{(-1)^n(1+1/n) : n \in \mathbf{N}\}, \quad \{(-1)^n+1/n : n \in \mathbf{N}\}, \quad \{1+(-1)^n/n : n \in \mathbf{N}\}.$$

3. Data una successione a_n si definiscono

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = \inf\{\sup\{a_k : k \geq n\} : n \in \mathbf{N}\},$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n = \sup\{\inf\{a_k : k \geq n\} : n \in \mathbf{N}\}.$$

Determinare lim sup e lim inf delle seguenti successioni

$$(-1)^n(1 + 1/n), \quad (-1)^n + 1/n, \quad 1 + (-1)^n/n.$$