Equazioni differenziali lineari

14 febbraio 2002

1. Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari omogenee a coefficienti costanti:

$$y'' + y' + y = 0, \quad y'' + 9y = 0, \quad y'' + \sqrt{2}y' = 0, \quad y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 0,$$

$$y^{(4)} + a^2 y'' = 0, \quad y^{(4)} + 18y'' + 81y = 0, \quad y^{(6)} - 3y'' + 2y = 0.$$

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari non omogenee[1]

$$y'' - 3y' + 2y = 2e^{3x}, \quad y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x, \quad y'' - y = xe^x$$

$$y''' - y'' = 3x^2 + x, \quad y^{(4)} + y = 2 \sin x \cos x.$$

3. Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari non omogenee[2]

$$y'' + 4y = \frac{3}{\sin 2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x^2}, \quad y'' + 2y' + y = \frac{\log x}{e^x}.$$

4. Risolvere la seguente equazione differenziale lineare non omogenea[3]

$$y'' - \frac{1}{\log x}\left(\frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2}\right) = \log x.$$

[1] Il termine noto è della forma $p(x)e^{\lambda x}$...

[2] Utilizzare il metodo di Lagrange della variazione delle costanti.

[3] Trovare una soluzione particolare y_1 dell'omogenea per tentativi. Cercare poi una seconda soluzione dell'omogenea nella forma $y_2(x) = c(x)y_1(x)$. Trovare poi una soluzione particolare della non omogenea col metodo della variazione delle costanti.