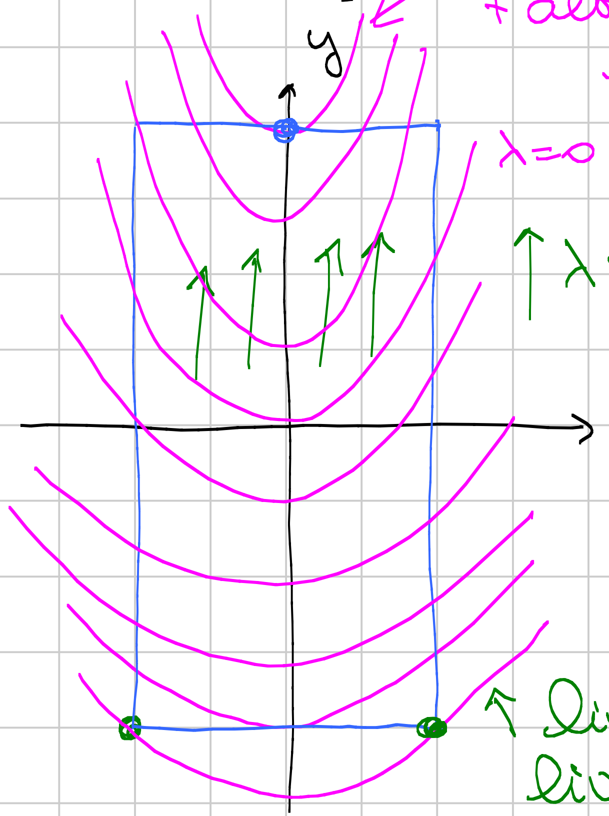
Esempio $\{ y - 2x^2 : (x,y) \in [-1,1] \times [-2,2] \}$

$f(x,y) = y - 2x^2$

Linee di livello: $y - 2x^2 = \lambda$

$y = 2x^2 + \lambda$

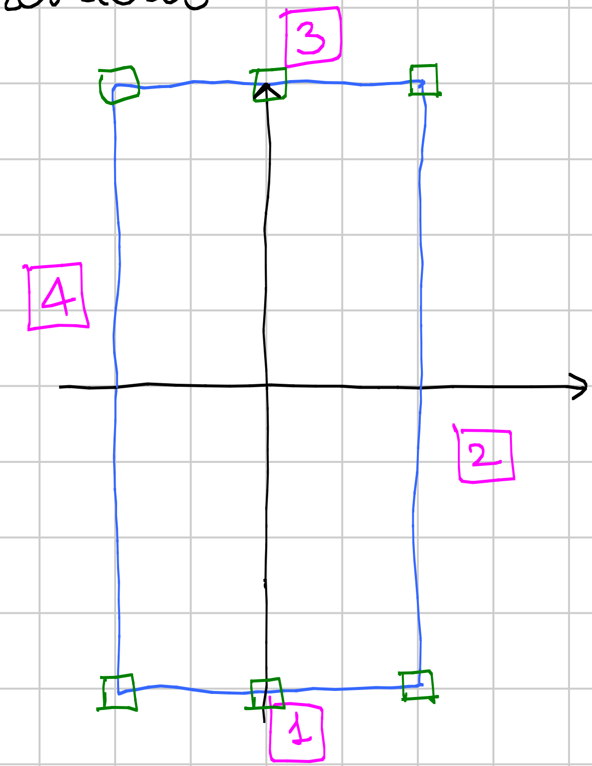
Trovare il/i p.to di max equivale a trovare la linea di livello + alto che tocca l'insieme A



Stesso esempio con metodo parametrizzazione

W ⟹ max e min esistono.

② $\underline{\text{singolari interni}}$: $\emptyset$ perché $f(x,y)$ è derivabile ovunque



① $\underline{\text{stazionari interni}}$: devo risolvere

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -4x = 0 \\ 1 = 0 \end{cases}$$ ← IMPOSSIBILE

⟹ Nessun p.to staz. interno

③ $\underline{\text{Bordo}}$

$\boxed{1} = \{ (t, -2) : t \in [-1, 1] \}$

$\boxed{2} = \{ (1, t) : t \in [-2, 2] \}$

$\boxed{3} = \{ (t, 2) : t \in [-1, 1] \}$

$\boxed{4} = \{ (-1, t) : t \in [-2, 2] \}$

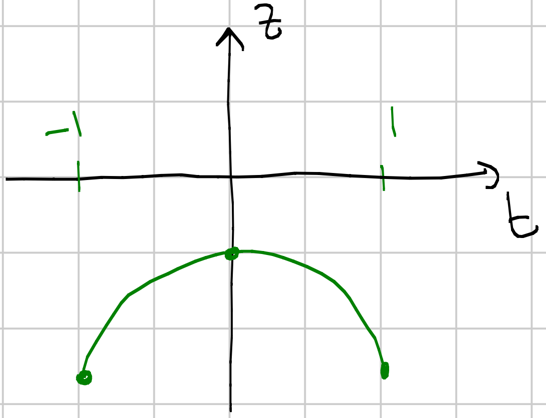
PARAMETRIZZ. 4 PEZZI DI BORDO

Considero le restrizioni di f pezzo per pezzo.

<u>Pezzo</u> $\boxed{1}$ $\quad \varphi_1(t) = f\underbrace{(t,-2)}_{\text{param. del pezzo } \boxed{1}} = -2-2t^2$ funzione di 1 variabile

Studio $\varphi_1(t)$ per $t \in [-1,1]$ ← qui varia il parametro nel pezzo $\boxed{1}$

rappresenta l'altezza alla quale si trova un omino che percorre il pezzo $\boxed{1}$ del bordo

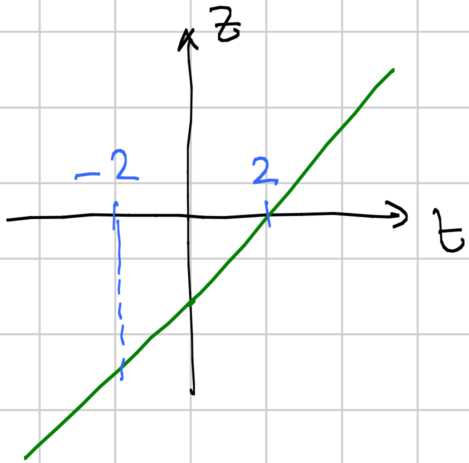


p.to di max: $t=0$ Nell'insieme A corrisponde a $(0,-2)$

p.ti di min: $t = \begin{cases} -1 \rightarrow \text{corr. a } (-1,-2) \\ 1 \rightarrow \text{corr. a } (1,-2) \end{cases}$

basta sostituire il valore di t nella param. del pezzo $\boxed{1}$

Pezzo $\boxed{2}$. $\varphi_2(t) = f(1,t) = t-2$ che studio per $t \in [-2,2]$



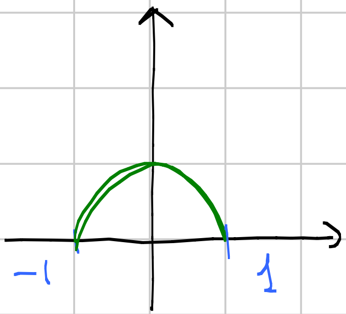
p.to di max: $t=2$ che corrisponde nell' insieme A a $(1,2)$

p.to di min: $t=-2$ che corrisponde nell' insieme A a $(1,-2)$

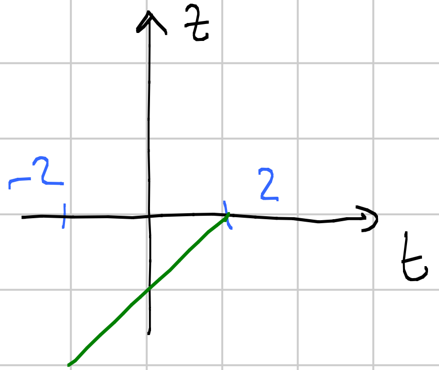
Pezzo $\boxed{3}$ $\varphi_3(t) = f(\underbrace{t,2}_{\text{param. } \boxed{3}}) = 2-2t^2$ che studio per $t \in [-1,1]$

p.ti di max / min per

$t = -1, 0, 1$



Pezzo $\boxed{4}$ $\varphi_4(t) = f(-1,t) = t-2$ con $t \in [-2,2]$



p.ti di max / min per $t=2$ e $t=-2$

Dopo 4 parametrizzazioni abbiamo individuato 6 p.ti candidati ad essere p.ti di max / min.

$(-1,-2)$
$(0,-2)$
$(1,-2)$
$(-1,2)$
$(0,2)$
$(1,2)$

$f(-1,-2) = -4$

$f(1,-2) = -4$

Sostituisco i 6 p.ti: dove vale di + è / sono i p.ti di max
dove vale di meno sono i p.ti di min.

Esempio 2 $\quad \{ |y - 2x^2| : (x,y) \in [-1,1] \times [-2,2] \}$

Studiato max / min di $f(x,y)$ è facile dedurre max / min di $|f(x,y)|$

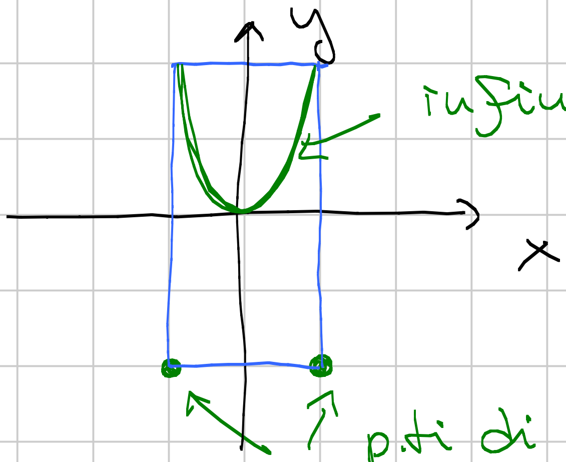
$\operatorname{Max} \{ f(x,y) : (x,y) \in A \} = 2$ p.to di max: $(0,2)$

$\min$ " $= -4$ p.ti di min: $(-1,-2)$ e $(1,-2)$

Quando metto il valore assoluto, per il max se la giocano il vecchio max ed il vecchio min cambiato di segno

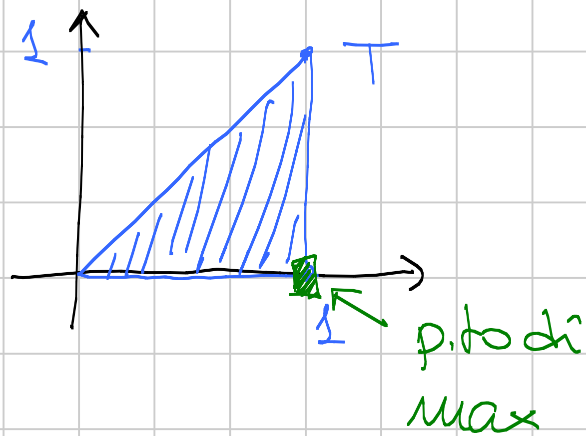
$\operatorname{Max} \{ |f(x,y)| : (x,y) \in A \} = 4$ p.ti di max: $(-1,-2)$ e $(1,-2)$

$\min \{ |f(x,y)| : (x,y) \in A \} = 0$ p.ti di min: tutti i punti in cui $f(x,y) = 0$, cioè $y - 2x^2 = 0$, cioè $y = 2x^2$



— o — o —

Esempio 3 $\qquad \{x-2y : (x,y)\in T\}$



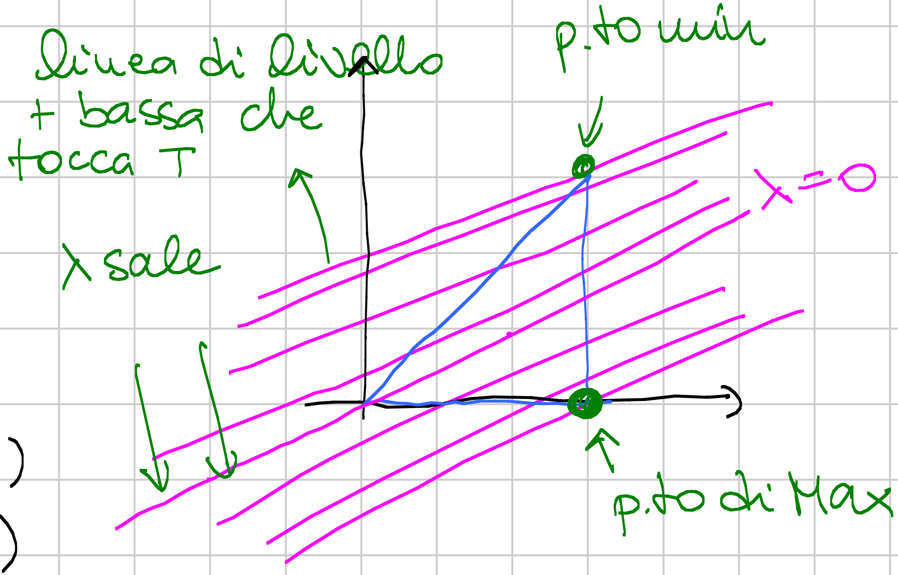
W $\Rightarrow$ max e min esistono

Per avere funzione max devo prendere x più grande che posso e y più piccolo

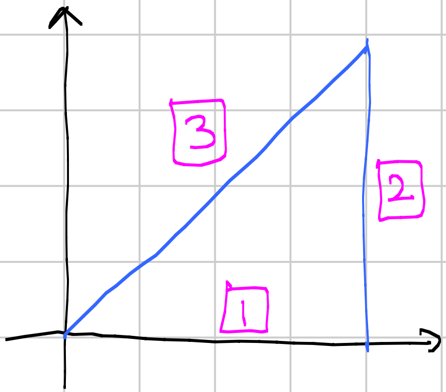
Lo stesso discorso per il min non funziona (verrebbe (0,1) che però non sta in T)

Linee di livello : $f(x,y) = \lambda$ $\quad x - 2y = \lambda$

$x - \lambda = 2y$ $\quad y = \frac{x}{2} - \frac{\lambda}{2}$ famiglia di rette parallele



Max = 1 $\quad$ p.to di max : $(1,0)$
min = −1 $\quad$ p.to di min : $(1,1)$



$\boxed{1} = \{(t,0) : t \in [0,1]\}$

$\boxed{2} = \{(1,t) : t \in [0,1]\}$

$\boxed{3} = \{(t,t) : t \in [0,1]\}$