MATEMATICA I $\boxed{\text{ORA 56}}$

Titolo nota 14/11/2007

$\boxed{\text{FUNZIONI DI 2 O PIÙ VARIABILI}}$

$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$

in partenza più variabili

in arrivo una variabile

<u>2 tipi di notazione</u> : NOTAZIONE RAPIDA $f(\underset{\text{VETTORE}}{x})$

NOTAZIONE CON LE COMPONENTI

$f(x_1, \dots, x_n)$

numeri

Nel caso di $\mathbb{R}^2$ si scrive spesso $f(x,y)$ $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ vettore

" " " $\mathbb{R}^3$ " " " $f(x,y,z)$ $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ vettore

Più in generale posso considerare funzioni $f: A \to \mathbb{R}$, dove $A \subseteq \mathbb{R}^n$.

<u>Esempio</u> $f(x,y) = \log(x+y)$. Questa è definita in tutti i punti $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tali che $x+y > 0$ $\quad (y > -x)$

componenti

— o —

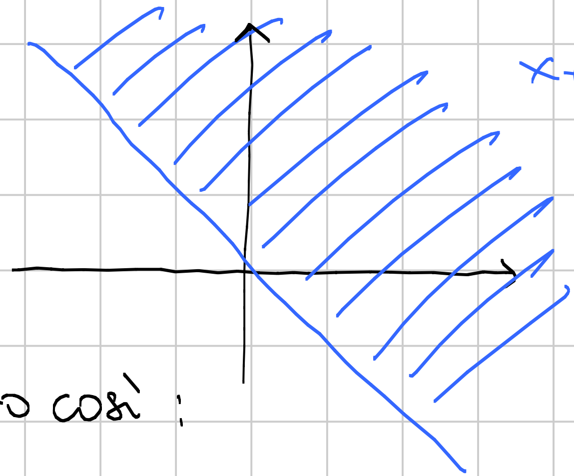


Grafico di una funzione

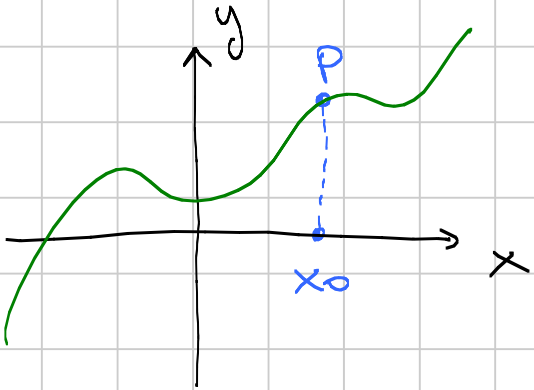
$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

È il sottoinsieme dello spazio definito così:

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,;\, z = f(x,y)\}$$

1 VARIABILE

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

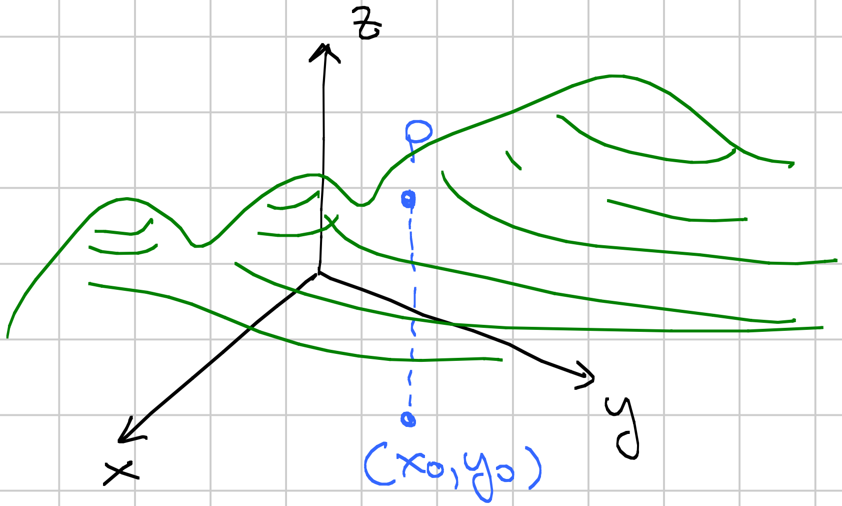


Asse x = insieme di partenza

La "quota" di P è $f(x_0)$

2 VARIABILI

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$



Insieme di partenza = piano "base" x, y

Il p.to P del grafico che sta sopra (x_0, y_0) è a quota $f(x_0, y_0)$

Il grafico è "una montagna"

Grafico di una funzione di 18 variabili.

$f : \mathbb{R}^{18} \to \mathbb{R}$. Il grafico di f è

$$\{(x_1, \dots, x_{18}, x_{19}) \in \mathbb{R}^n \; ; \; x_{19} = f(x_1, \dots, x_{18})\}$$

—o—

Grafici in 2 variabili $\boxed{\text{LINEE DI LIVELLO}}$

Esempio 1 $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ $f(x,y) = x^2+y^2$. Come è fatto il grafico

Cerco le linee di livello. Fissato $\lambda \in \mathbb{R}$, la sua linea di livello è

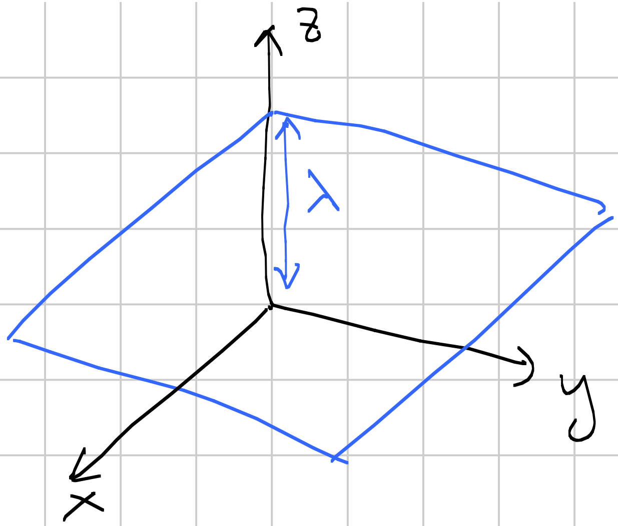
$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \; ; \; f(x,y) = \lambda\}$$

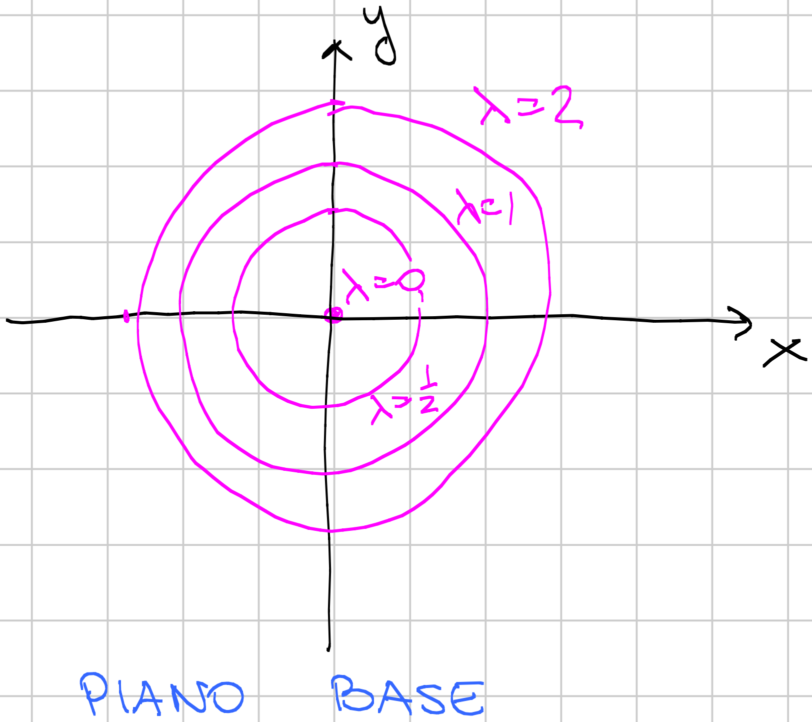
Brutalmente: cerco i punti (x,y) in cui la montagna è a quota λ, cioè taglio il grafico con un piano // al piano base ma ad altezza λ.

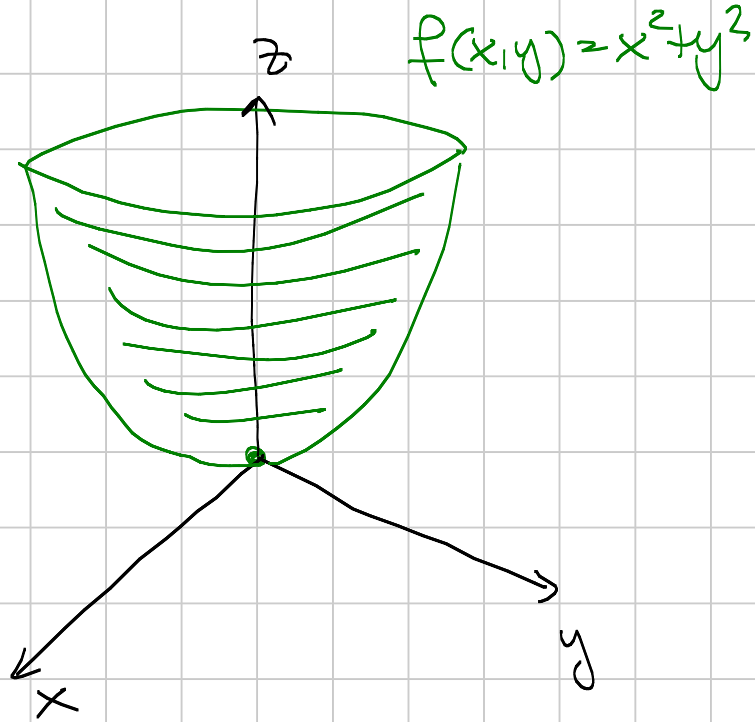
Nell' esempio $f(x,y) = \lambda$ diventa

$x^2 + y^2 = \lambda$ Questo insieme è

- $\emptyset$ se $\lambda < 0$
- la sola origine $(0,0)$ se $\lambda = 0$
- la circ. con centro in $(0,0)$ e raggio $\sqrt{\lambda}$ se $\lambda > 0$

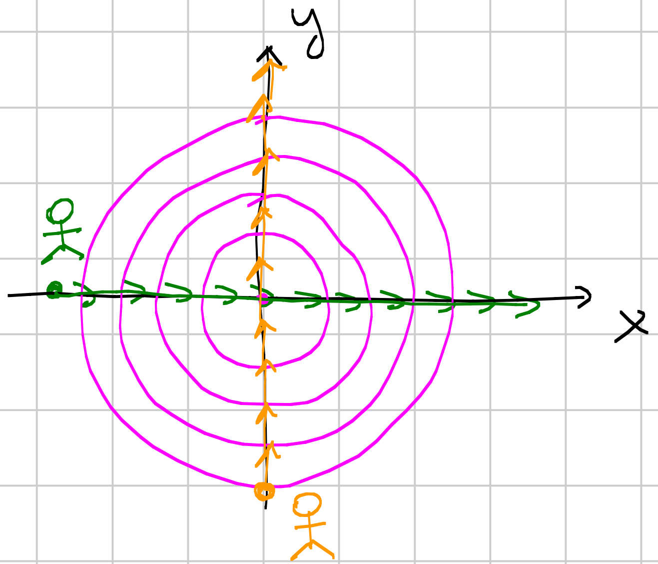






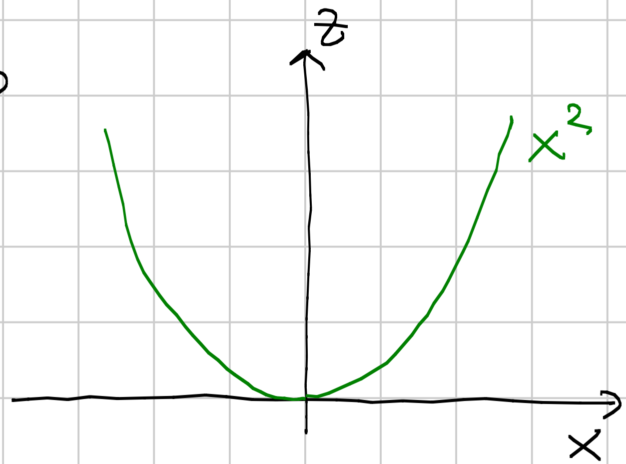
RESTRIZIONI A RETTE

"Percorsi di OMINI"



Prendo un omino che "sulla cartina" percorre l'asse x.
Descrivere la quota alla quale viene a trovarsi lungo il percorso.

Altezza dell'omino

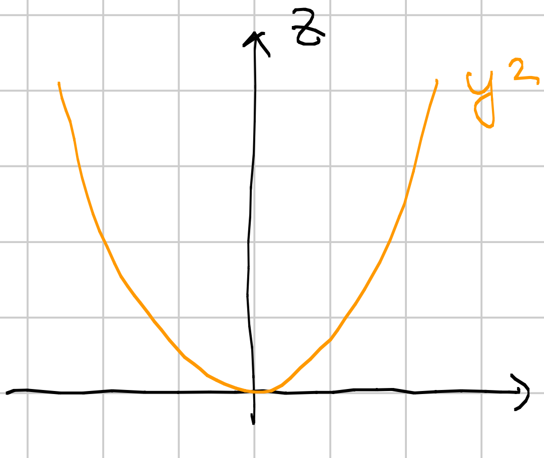


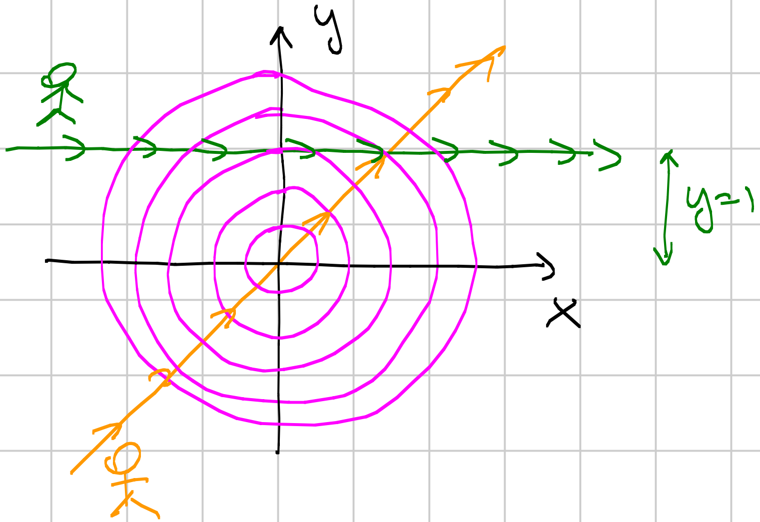
La funzione disegnata è

$$f(x,0) = x^2$$

stare sull'asse x = avere II coord. = 0

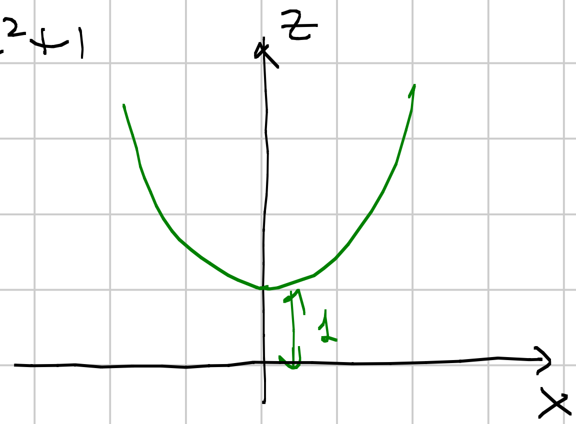
$$f(0,y) = y^2$$





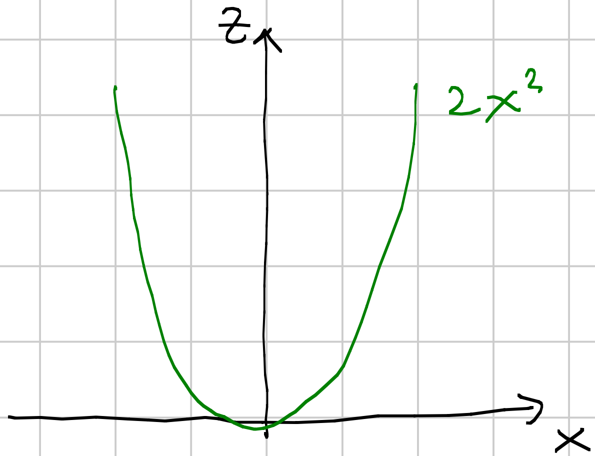
$$f(x,1) = x^2+1$$

II coord = 1



$$f(x,x) = x^2 + x^2 = 2x^2$$

II coord = I coord



Domanda: perché è + stretta?

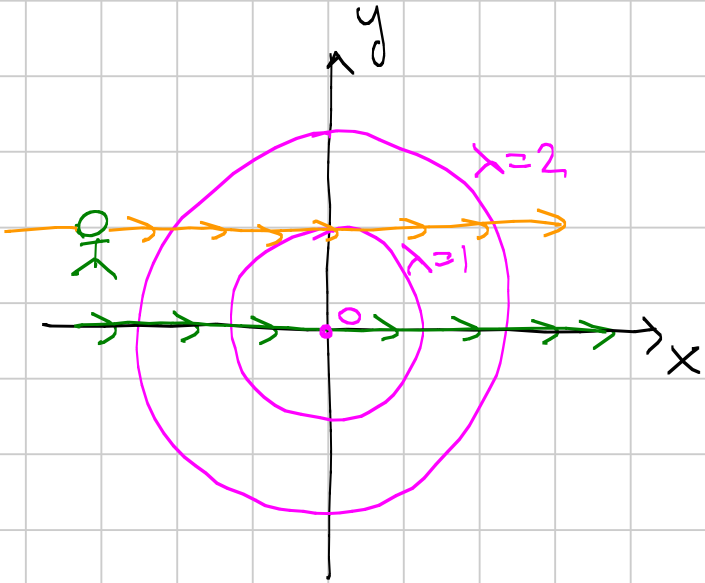
Esempio 2 $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

Cerco le linee di livello : $f(x,y) = \lambda$; $\sqrt{x^2+y^2} = \lambda$

La linea di livello è : $\lambda < 0 \leadsto$ nulla

$\lambda = 0 \leadsto$ origine

$\lambda > 0 \leadsto$ circ. con centro in $(0,0)$ e raggio λ



Omino lungo asse x

$f(x,0) = \sqrt{x^2+0} = |x|$

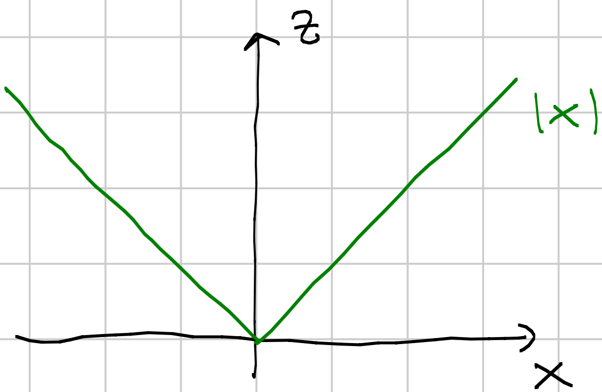
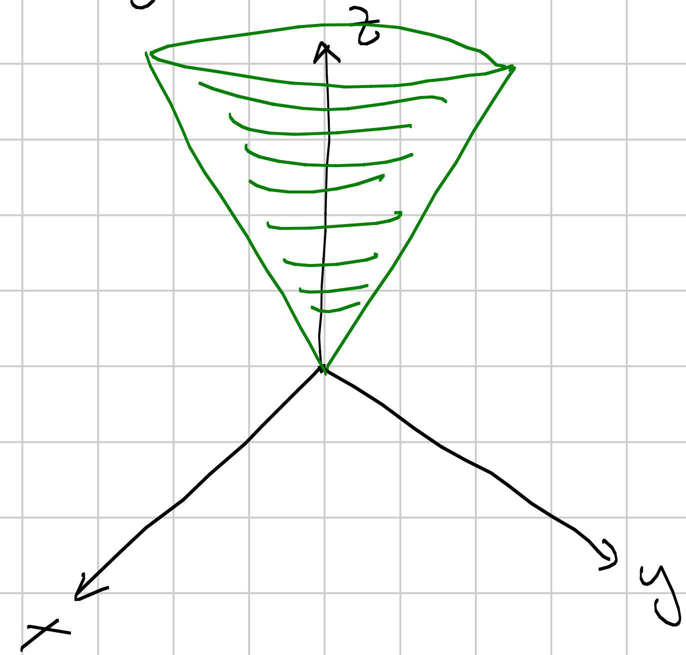


Grafico:



Un omino che percorre la retta $y = 1$ si trova a quota

$$f(x, 1) = \sqrt{x^2 + 1}$$