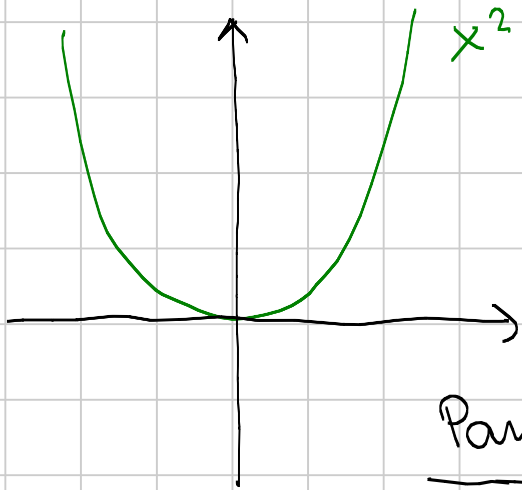
MATEMATICA I

ORA 5

Titolo nota 03/10/2007

PRESENTAZIONE FUNZIONI ELEMENTARI (e relative INVERSE)

$f(x) = x^2$ $\quad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



Funzione PARI
non monotona
NO INIETTIVA
NO SURGETTIVA

"Trucchi contabili"

Partenza	Arrivo	In.	Surg.
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	NO	NO
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_{\geq 0}$	NO	SI
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	$\mathbb{R}$	SI	NO
$\mathbb{R}_{\geq 0}$	$\mathbb{R}_{\geq 0}$	SI	SI → INVERTIBILE

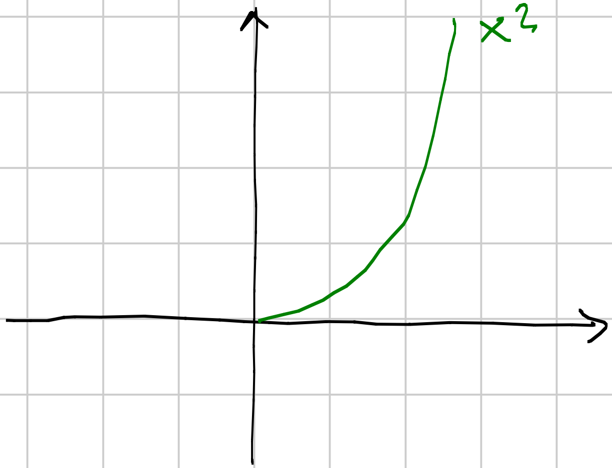
$f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ definita da $f(x) = x^3$ è

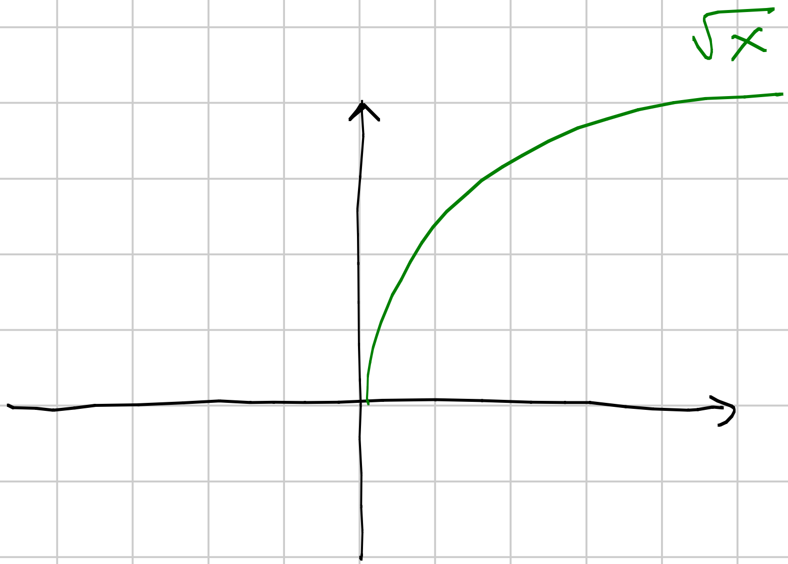
INIETTIVA e SURGETTIVA (e anche strett. crescente)

dunque INVERTIBILE. La sua funzione è una funzione

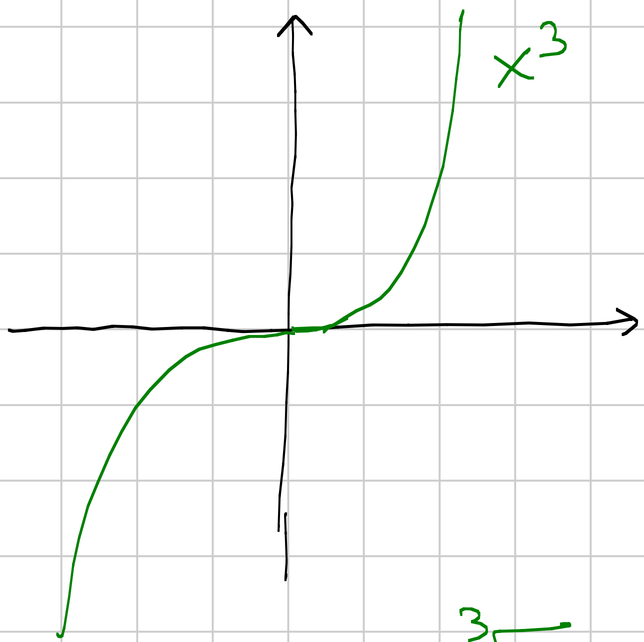
$$g : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0} \qquad g(x) = \sqrt{x}$$

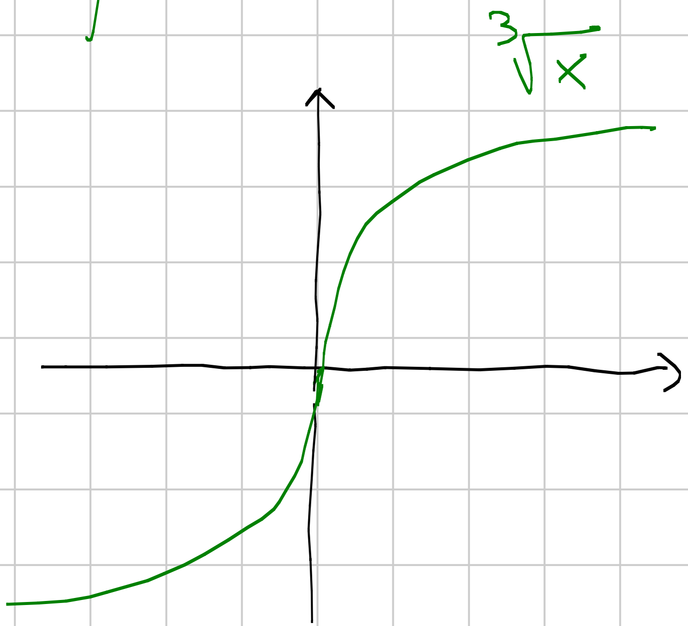
$\sqrt{x}$ prende in INPUT numeri reali ≥ 0 e restituisce in OUTPUT numeri reali ≥ 0.





$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad f(x) = x^3$





funzione DISPARI
strett. crescente

INIETTIVA e SURGETTIVA,
dunque INVERTIBILE.

La sua inversa è la funzione

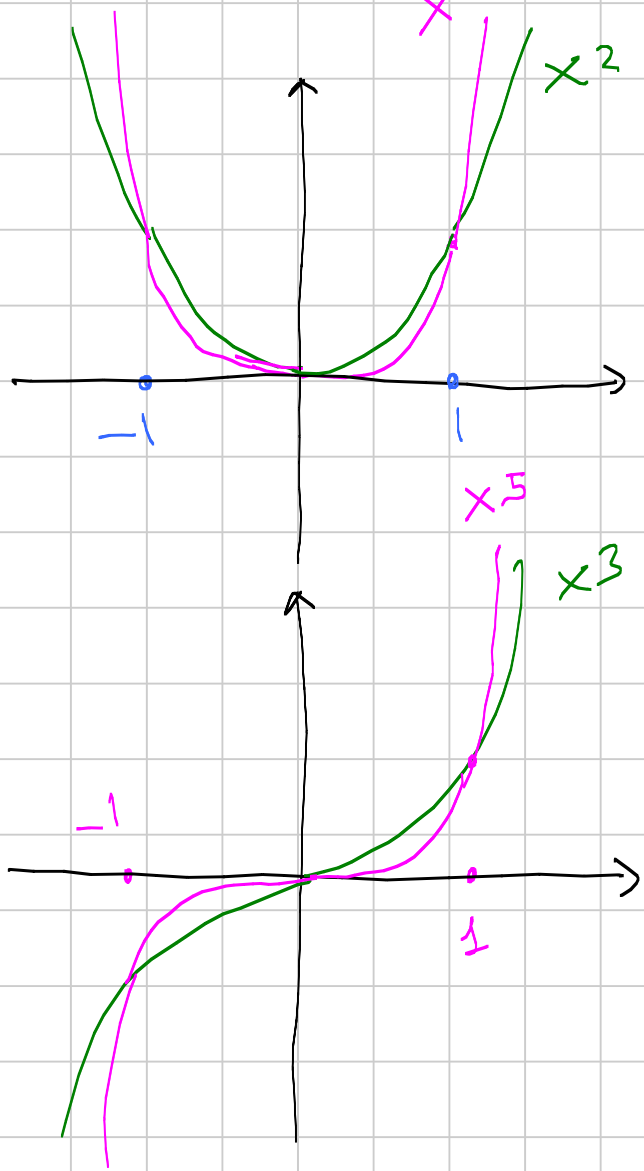
$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad g(x) = \sqrt[3]{x}$

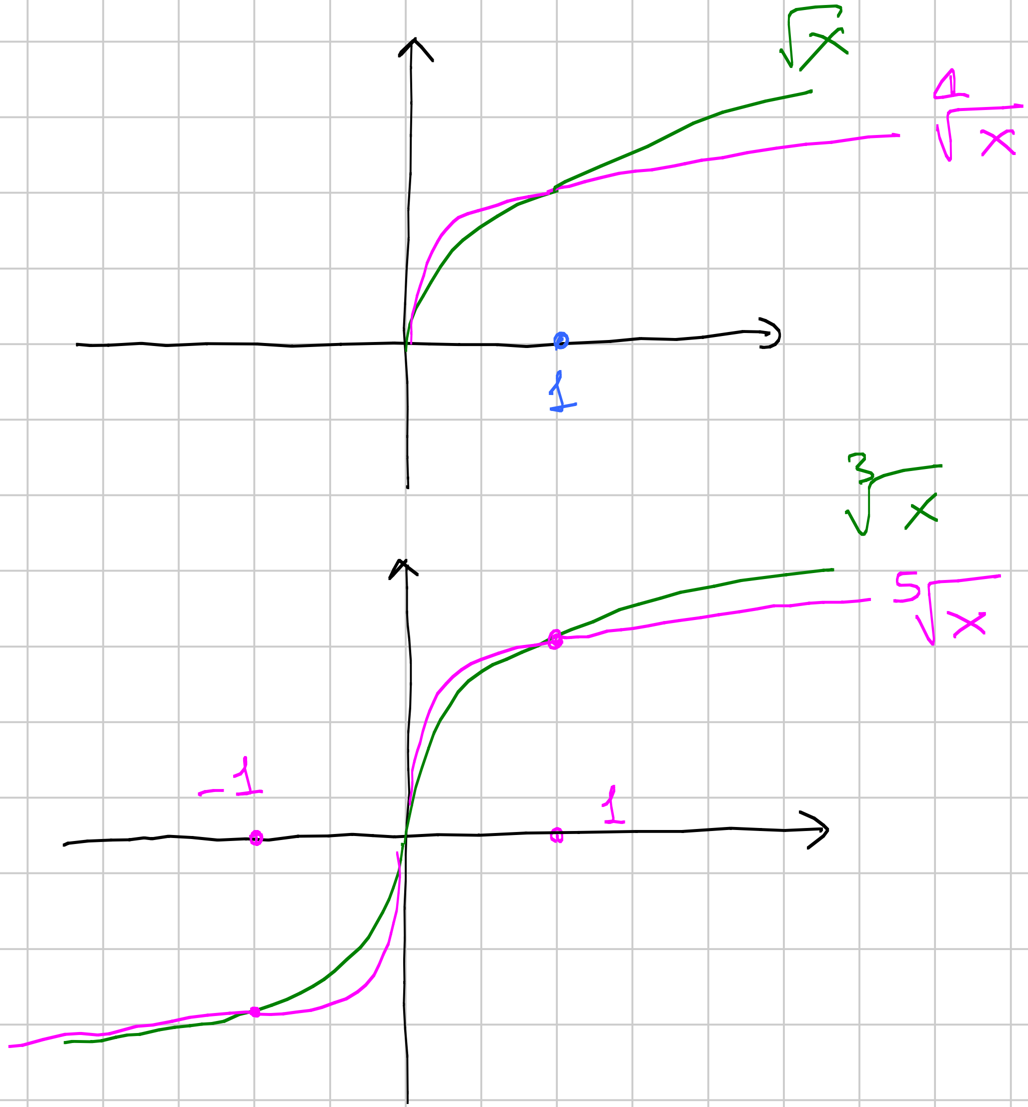
Oss. $\sqrt[3]{x}$ accetta in INPUT qualunque $x \in \mathbb{R}$ (positivo o negativo) e restituisce un numero reale

N.B. $\sqrt[3]{x}$ è DISPARI e strett. crescente

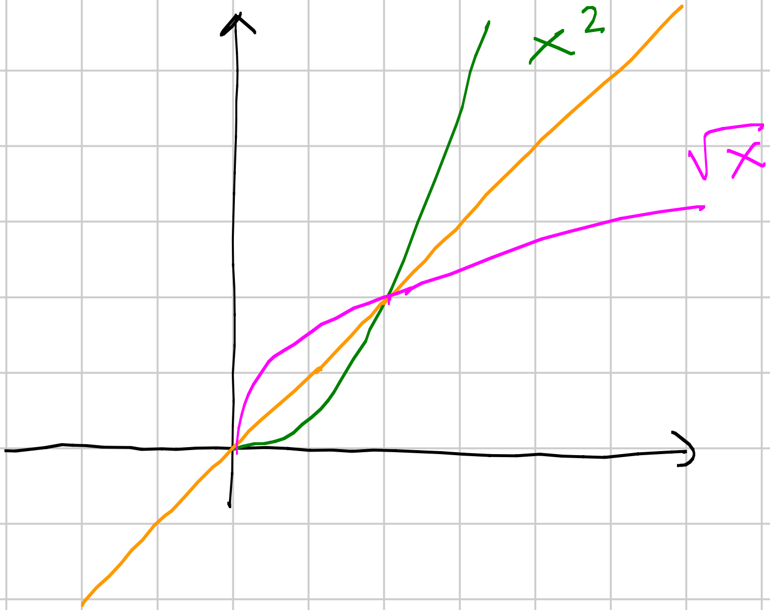
$\boxed{1^a \text{ Oss.}}$ Quanto detto per x^2 e $\sqrt{x}$ vale per tutte le altre potenze / radici di indice pari

" x^3 e $\sqrt[3]{x}$ " ... dispari





$\boxed{2^a \text{ Oss.}}$ Quale relazione c'è tra il grafico di $f(x)$ e quello di $f^{-1}(x)$



Sono l'uno il simmetrico dell'altro rispetto alla bisettrice del I e III quadrante.

Con un foglio di carta:

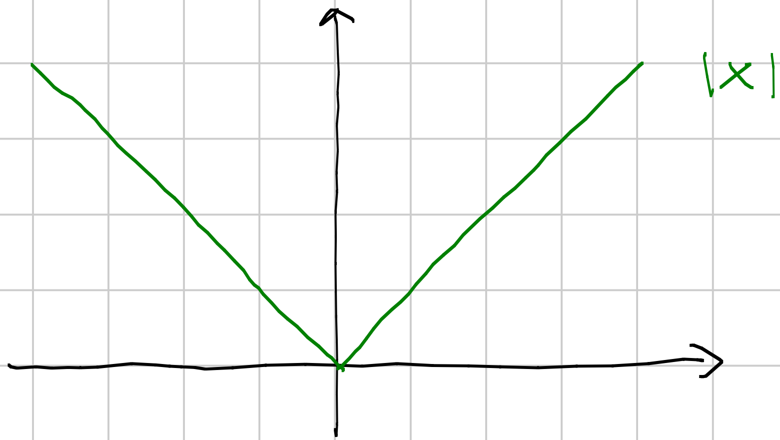
* disegnare $f(x)$
* capovolgere il foglio
* ruotare di 30°

$\downarrow$

in trasparenza si vede il grafico di $f^{-1}(x)$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = |x|$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{per } x \geq 0 \\ -x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$



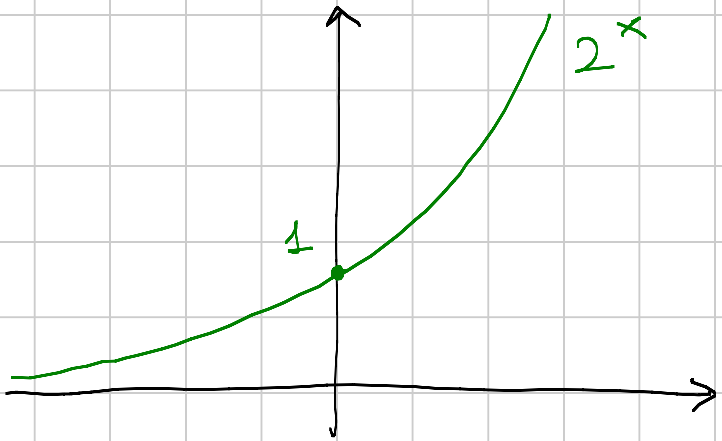
è una funzione PARI

$$f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$$

NO INIETTIVA
NO SURGETTIVA

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = 2^x$

NOTA BENE:
x all'esponente ⇝ esponenziale
x solo alla base ⇝ potenza



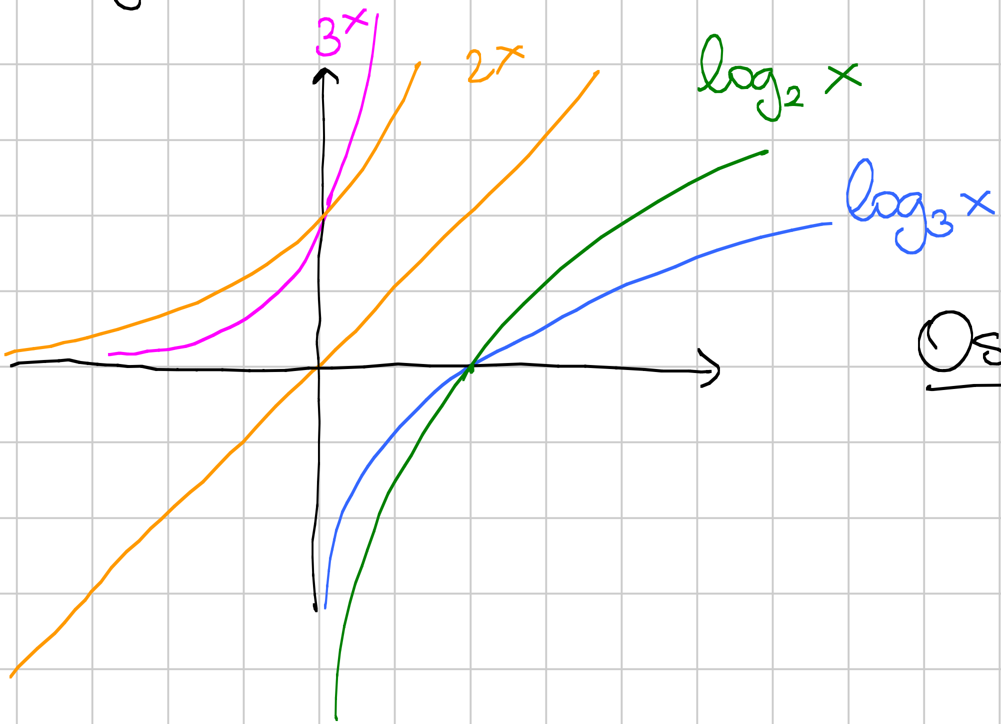
Né pari, né dispari, strett. crescente

SI INIETTIVA
NO SURGETTIVA

Trucco contabile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ così è invertibile.
L'inversa è

$$g: \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = \log_2 x$$

$\log_2 x$ accetta in INPUT solo valori $x > 0$



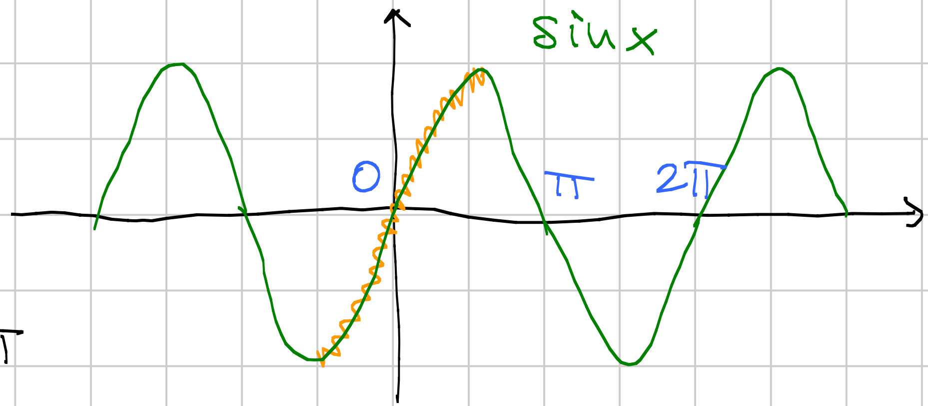
$\log_2 x$ è strett. cresc.

Oss. Tutti i discorsi fatti per 2^x e $\log_2 x$ valgono per

$$a^x \text{ e } \log_a x$$

purché $a > 1$

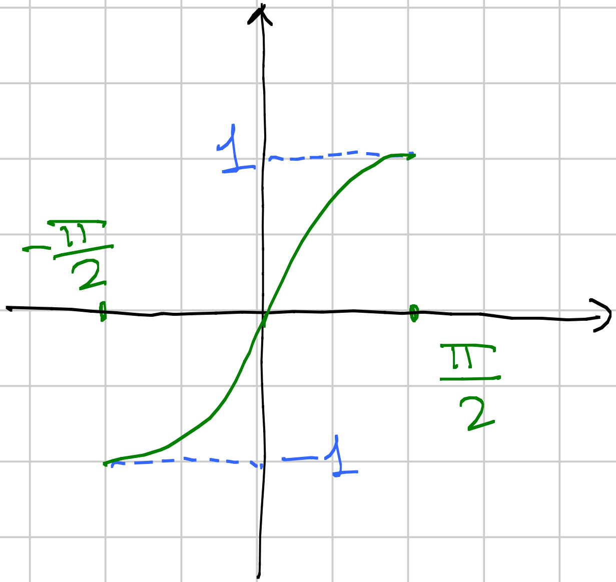
$f(x) = \sin x \qquad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$



DISPARI $\qquad \sin(-x) = -\sin x$

PERIODICA di periodo minimo 2π

NO INIETTIVA, NO SURGETTIVA



$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \longrightarrow [-1, 1]$

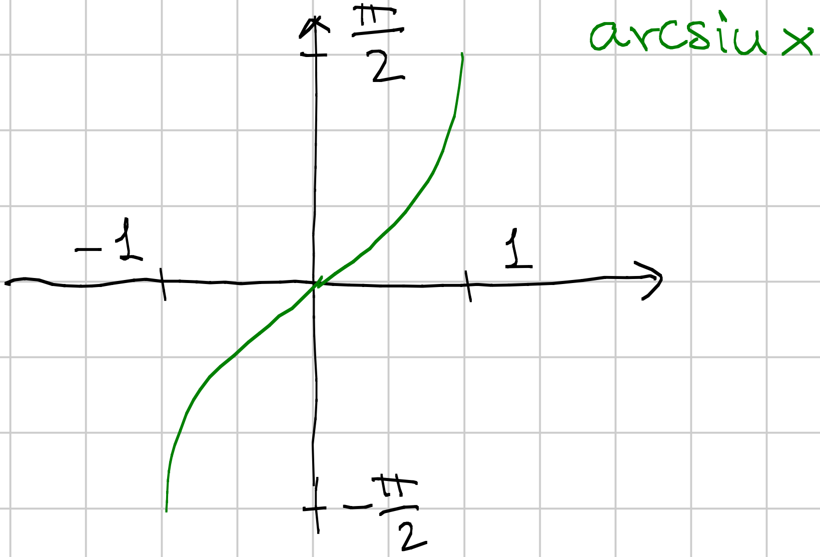
è INVERTIBILE e l'inversa è

$g: [-1, 1] \longrightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

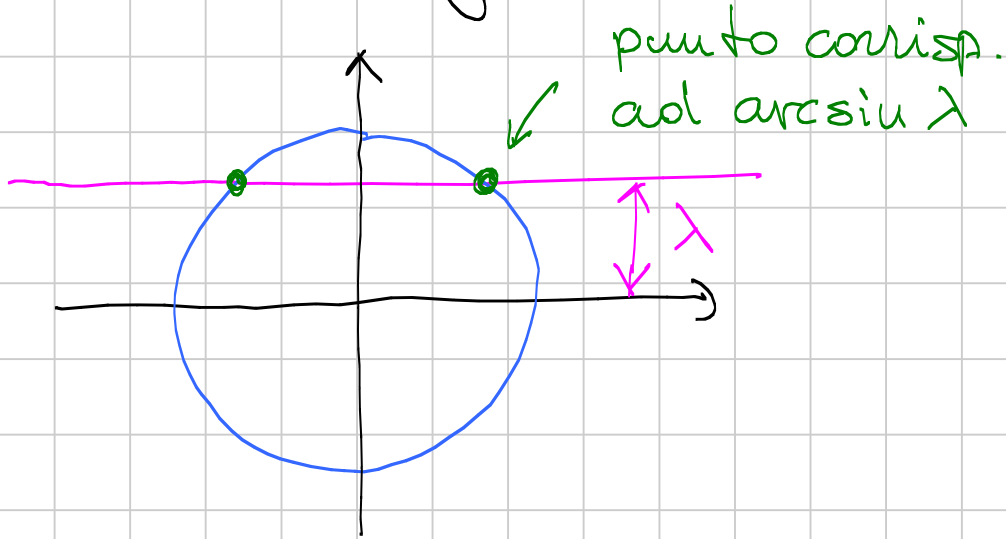
$g(x) = \arcsin x$

INPUT: valori compresi tra -1 e 1

OUTPUT: " " tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$

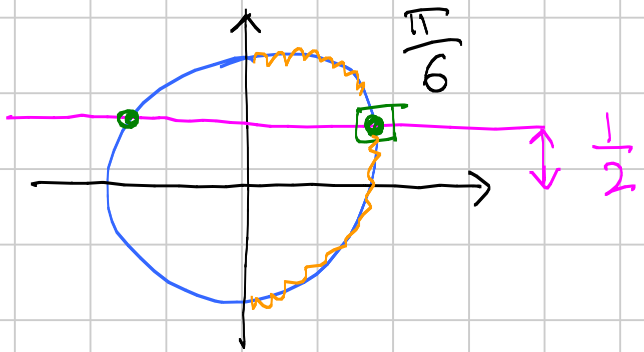


Interpretazione nella circ. trigonometrica



$\arcsin \lambda =$ l'unico angolo tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ il cui seno è $= \lambda$

Esempio 1 $\quad \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$



$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$$