MATEMATICA I $\boxed{\text{ORA 1}}$

Titolo nota 02/10/2007

MASSIMO GOBBINO

Matematica I = ex Analisi I e II

PROGRAMMA IN 4 PARTI:

1. PRELIMINARI
2. LIMITI (e questioni collegate)
3. STUDIO DI FUNZIONI "
4. CALCOLO INTEGRALE "

INSIEMI

Cos'è un insieme? Non ve lo dico!!!

Come si presenta un insieme?

1 – PER ELENCO $\quad A = \{1, 2, 7, a, f, ♣, ♀\}$

N.B. Elementi ripetuti contano una sola volta

$B = \{1, 2, f\} \qquad C = \{1, 2, f, 2\} \qquad \boxed{B = C}$

2 – PER PROPRIETÀ

$D = \{x : x$ è iscritto a TLC 1° anno a PISA$\}$

↑ tale che

Primi simboli

$a \in A$ a appartiene ad A

ELEMENTO INSIEME

(anche $A \ni a$)

$a \notin A$ $(A \not\ni a)$

NON APPARTIENE

$\emptyset$ INSIEME VUOTO Qualunque sia a, $a \notin \emptyset$

$|A|$ = NUMERO DI ELEMENTI DI A
= CARDINALITÀ DI A (può essere un numero oppure $+\infty$)

$|\emptyset| = 0$. Se A, B, C sono quelli della pag. precedente

$|A| = 7$ $|B| = 3$ $|C| = 3$

$A \subseteq B$ "l'insieme A è contenuto nell'insieme B"
"A è sottoinsieme di B"

Ogni elemento di A è anche elemento di B

$$\boxed{a \in A \implies a \in B}$$

$\boxed{\text{N.B.}}$ Può anche essere che sia $A = B$

Se voglio escludere l'uguaglianza si usa il simbolo

$A \subsetneq B$ A contenuto strettamente

ACHTUNG!! Non userò mai la notazione $A \subset B$.

Esempi ovvi $\emptyset \subseteq A$ qualunque sia l'insieme A

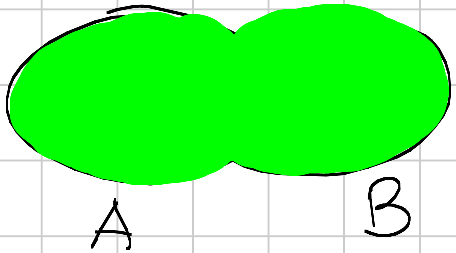
OPERAZIONI TRA INSIEMI

UNIONE

$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ oppure } x \in B \}$ Per proprietà

oppure → OR → VEL → $\vee$

(le 2 condizioni devono essere verificate o 1, o l'altra, o entrambe)

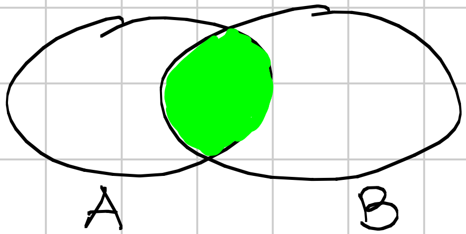


INTERSEZIONE

$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ e } x \in B \}$ Per proprietà

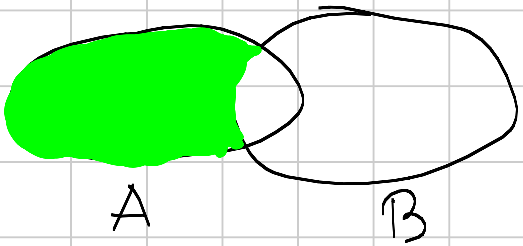
e → AND → $\wedge$

(le 2 condizioni verificate ENTRAMBE)



DIFFERENZA

$A \setminus B = \{ x : x \in A \text{ e } x \notin B \}$ Per proprietà



PRODOTTO CARTESIANO

Siano A e B 2 insiemi. Allora

$$A \times B = \{ (a,b) : a \in A,\ b \in B \}$$

Presentazione PER ELENCO

coppie $\boxed{\text{ordinate}}$ → c'è un primo elemento in A e un secondo el. in B

costituite da un elemento di A e un elemento di B

Esempio $A = \{3, f\}$ $B = \{2, 5, d\}$

$$A \times B = \{ (3,2), (3,5), (3,d), (f,2), (f,5), (f,d) \}$$

$$A \times A = \{ (3,3), (f,f), \underbrace{(3,f), (f,3)} \}$$

Questi sono distinti perché si tratta di coppie ORDINATE

INSIEME DELLE PARTI

Dato un insieme A, l'insieme delle parti di A è l'insieme dei sottoinsiemi di A

$$\mathcal{P}(A) = \{ B \subseteq A \}$$

Nota bene: $3 \in A$ vera
$3 \subseteq A$ falsa
$\{3\} \subseteq A$ vera

Esempio: $A = \{3, f\}$

$$\mathcal{P}(A) = \{ \emptyset, \{3\}, \{f\}, \{3, f\} \}$$

insieme che contiene solo 3 (SINGOLETTO)

Numero di elementi. Se $|A| = h$ e $|B| = k$ (h e k numeri finiti).

Quanto vale $|A \times B| = h \cdot k$

ogni elemento di A lo posso accoppiare con tutti i k el. di B.

Se $|A| = k$, allora

$$\wp(A) = 2^k$$

$$A = \{ \underbrace{*, *, *, \dots, *}_{k \text{ elementi}} \}$$

SI	SI	SI	SI
NO	NO	NO	NO

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 2 = 2^k$ modi di scegliere SI o NO