DISEQUAZIONI

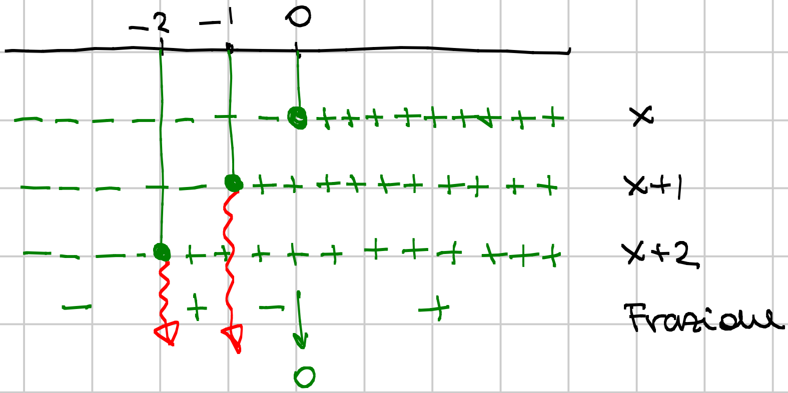
Titolo nota 23/09/2009

① $\dfrac{x}{x+1} \geq \dfrac{x}{x+2}$ Cosa NON fare: moltiplicare "in croce"

Tutto dalla stessa parte: $\dfrac{x}{x+1} - \dfrac{x}{x+2} \geq 0$

$$\frac{\cancel{x^2}+2x-\cancel{x^2}-x}{(x+1)(x+2)} \geq 0 \qquad \frac{x}{(x+1)(x+2)} \boxed{\geq 0}$$

per un po' non lo considero



Poiché chiedeva ≥ 0 la soluzione è

$(-2,-1) \cup [0,+\infty)$

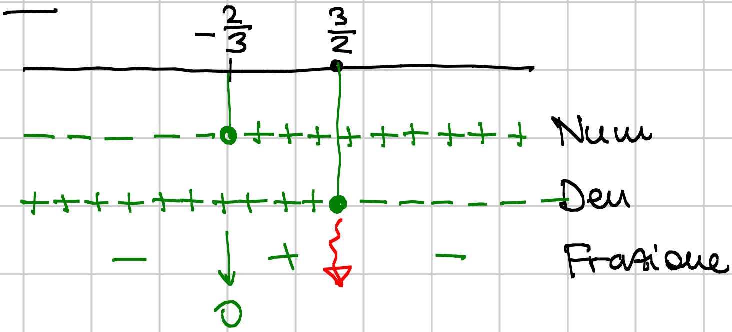
— o — o —

② $\dfrac{3x+2}{3-2x} \boxed{\leq 0}$

Non lo guardo

Denominatore: quando è >0?

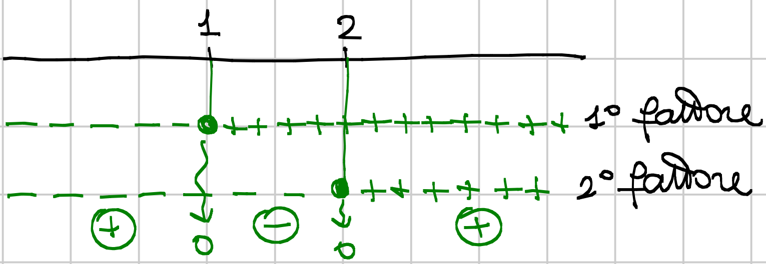
$3-2x>0$, $3>2x$, $x<\frac{3}{2}$



$(-\infty, -\frac{2}{3}] \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

— o — o —

③ $\underbrace{(x-1)}_{1°}\underbrace{(3^x-9)}_{2°} > 0$



2° fattore: quando è >0? $3^x-9>0$, $\cancel{3}^x > 9 = \cancel{3}^2$

Poiché la base è 3, quindi maggiore di 1, posso "semplificare" la base quindi ho $x>2$. Riassumendo:

$$3^x-9 \text{ è } \begin{cases} >0 & \text{per } x>2 \\ =0 & \text{per } x=2 \\ <0 & \text{per } x<2 \end{cases}$$

Soluzione finale:

$(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$

④ $3^x + 9^x > 6$ $\qquad$ $3^x + 3^{2x} - 6 > 0$ $\qquad$ $y = 3^x$

Diventa: $y^2 + y - 6 > 0$ $\qquad$ Radici: $(P = -6, S = -1)$ $\quad -3, 2$

Soluzione in y: $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$

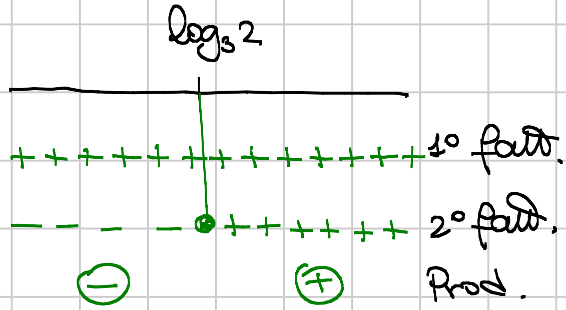
Ritorno in x: la soluzione sono i valori della x per cui

$3^x < -3$ $\qquad$ MAI $\emptyset$

$3^x > 2$ $\qquad$ $x > \log_3 2$ $\longrightarrow$ soluzione finale.

2° modo di vederlo: $y^2 + y - 6 = (y+3)(y-2) > 0$

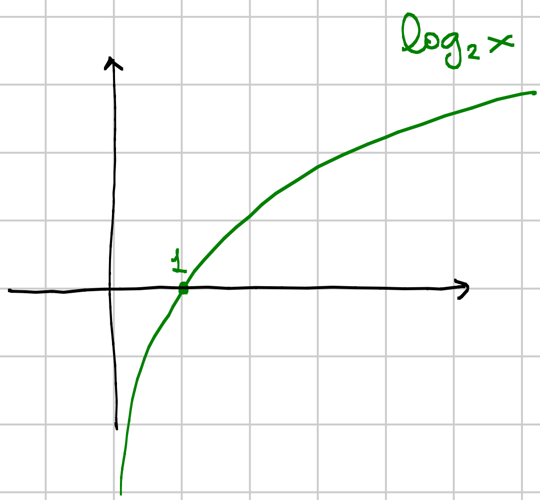
Torno in x: $\underbrace{(3^x+3)}_{1°}\underbrace{(3^x-2)}_{2°} > 0$



Disequazioni con logaritmi

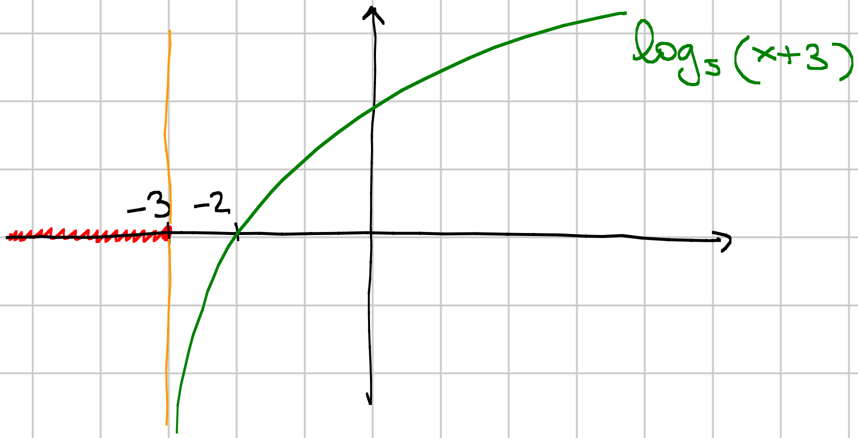
① $\log_2 x$

$\log_2 x$	> 0	$x > 1$
	$= 0$	$x = 1$
	< 0	$0 < x < 1$
	$\nexists$	$x \leq 0$



② $\log_5(x+3)$

> 0	quando	$x+3 > 1$,	cioè	$x > -2$
$= 0$	quando	$x+3 = 1$,	cioè	$x = -2$
< 0	quando	$0 < x+3 < 1$,	cioè	$-3 < x < 2$
$\nexists$	quando	$x+3 \leq 0$,	cioè	$x \leq -3$

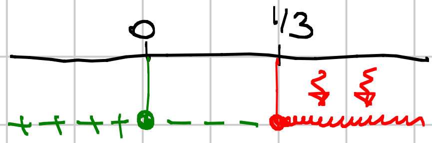


③ $\log_{>1}(2x-3)$

>0	$2x-3>1$	$x>2$
$=0$	$2x-3=1$	$x=2$
<0		$3/2<x<2$
$\nexists$	$2x-3\le 0$	$x\le 3/2$

④ $\log_4(1-3x)$

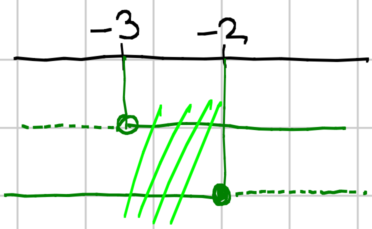
>0	$1-3x>1$,	$-3x>0$,	$x<0$
$=0$	$1-3x=1$,	$3x=0$,	$x=0$
<0			$0<x<1/3$
$\nexists$	$1-3x\le 0$	$x\ge 1/3$	



⑤ $\log_3(x+3)\ge 0$ Argomento ≥ 1: $x+3\ge 1$, $x\ge -2$

⑥ $\log_3(x+3)\le 0$ $0<$ Argomento ≤ 1

$0<x+3\le 1$ $\begin{cases} x+3>0 \\ x+3\le 1 \end{cases}$ BUROCRAZIA DERIVA DALLA DISEQ

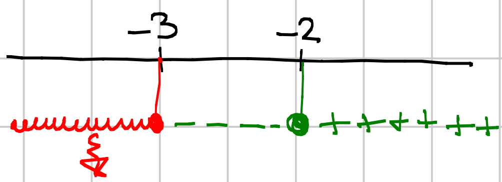


1^a eq, Sistema: zona comune

2^a eq, $=(-3,-2]$

In alternativa: $\log_3(x+3)\le 0$. Studio in generale $\log_3(x+3)$

>0	$x+3>1$,	$x>-2$
$=0$	$x+3=1$,	$\boxed{x=-2}$
<0		$\boxed{-3<x<2}$ ≤ 0
$\nexists$	$x+3\le 0$,	$x\le -3$



— o — o —

⑦ $\log_5(x+3)\ge 2$, $\log_5(x+3)\ge\log_5 25$

Tentazione: $x+3\ge 25$, $x\ge 22$ ok.

Ho applicato:

$$\log_a f(x)\boxed{\ge}\log_a B \iff f(x)\ge B$$

Si può fare purché $a>1$ e ovviamente $B>0$

⑧ $\log_5(x+3) \le 2$, $\log_5(x+3) \le \log_5 25$

Tentazione: $x+3 \le 25$, $x \le 22$ NO!!! BUROCRAZIA!!!

In generale: $\log_a f(x) \boxed{\le} \log_a B$ con $a>1$ e $B>0$ è equivalente al sistema

$$\begin{cases} f(x) > 0 & \text{BUROCRAZIA} \\ f(x) \le B & \text{TOGLIERE I LOGARITMI} \end{cases}$$

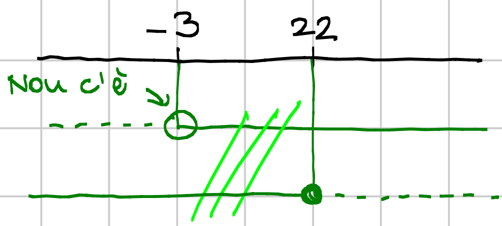
Ritorno al caso precedente: $\log_a f(x) \boxed{\ge} \log_a B$ con $a>1$ e $B>0$ è equivalente al sistema

$$\begin{cases} f(x) > 0 & \text{BUROCRAZIA} \\ f(x) \ge B & \text{TOGLIERE I LOGARITMI} \end{cases}$$

SAREBBE un sistema, ma la 2ª implica la prima. Dunque la 1ª è inutile.

Tornando all'esercizio: $\log_5(x+3) \le 2$, $\log_5(x+3) \le \log_5 25$ e questa è equiv. al sistema:

$$\begin{cases} x+3 > 0 & \text{Burocraz.} \\ x+3 \le 25 & \text{Togliere i log.} \end{cases}$$



Zona comune: $(-3, 22]$.

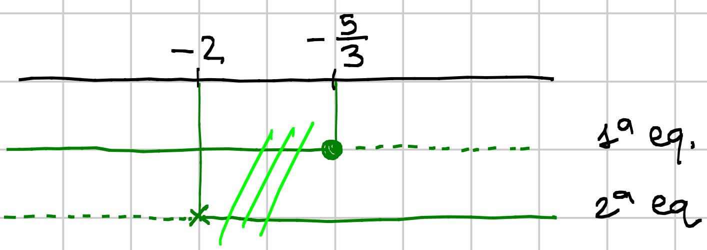
— o — o —

⑨ $\log_3(x+2) \le -1$ $\qquad -1 = -1 \cdot \log_3 3 = \log_3 3^{-1} = \log_3 \frac{1}{3}$

$\log_3(x+2) \le \log_3 \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} x+2 \le \frac{1}{3} & \text{Togliere i log} \\ x+2 > 0 & \text{Burocrazia} \end{cases}$$

$x+2 \le \frac{1}{3}$ $\qquad x \le -2 + \frac{1}{3} = \frac{-6+1}{3} = -\frac{5}{3}$ $\qquad x \le -\frac{5}{3}$



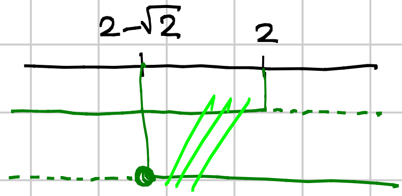
Soluzione: $(-2, -5/3]$

(10) $2\log_2(2-x) \leq 1$, $\log_2(2-x) \leq \frac{1}{2} = \log_2\sqrt{2}$

quindi abbiamo

$$\log_2(2-x) \leq \log_2\sqrt{2}$$

$\begin{cases} 2-x>0 \\ 2-x \leq \sqrt{2} \end{cases}$ Burocrazia / Togliere i log. $\begin{cases} x<2 \\ x \geq 2-\sqrt{2} \end{cases}$



$[2-\sqrt{2}, 2)$

Cosa succede se "porto dentro il 2" $2\log_2(2-x) \overset{''\ ''}{=} \log_2(2-x)^2$

cambia la burocrazia

$2\log_2(2-x)$ è definita quando $2-x>0$, cioè $x<2$

$\log_2(2-x)^2$ è definita quando $(2-x)^2>0$, cioè per $x \neq 2$

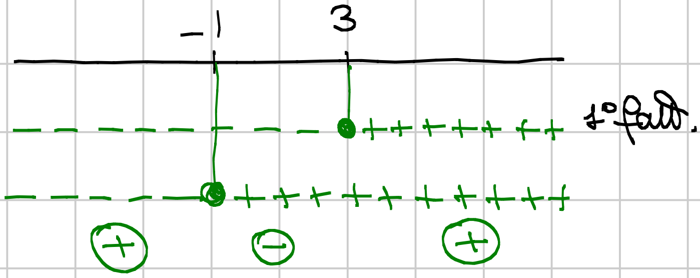
— o — o —

(11) $\underbrace{(x-3)}_{1^\circ \text{ fatt.}}\ \underbrace{\log_5(x+2)}_{2^\circ \text{ fatt.}} \geq 0$

Soluzione rapida

2° fattore: $\log_5(x+2)=0$

$x+2=1$ $x=-1$



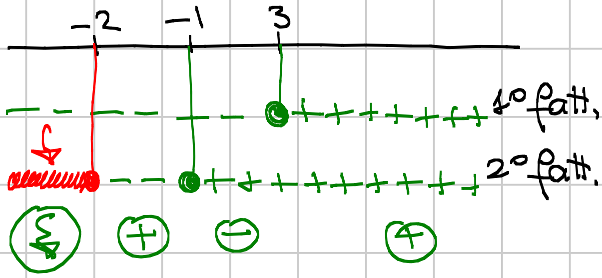
Bisogna studiare bene il 2° fattore !!!!

$(-\infty,-1] \cup [3,+\infty)$

NO !!!!!!!

$\log_5(x+2)$	>0	quando $x>-1$
	$=0$	$x=-1$
	<0	$-2<x<-1$
	$\nexists$	$x \leq -2$

Grafico vero:



Soluzione finale: $(-2,-1] \cup [3,+\infty)$