Titolo nota 22/09/2009

Disequazioni

$2 \leq 3$ Si $\quad 2 < 3$ si $\quad 2 \leq 2$ Si

$2 < 2$ No.

$x + 3 \leq 0 \qquad x \leq -3 \qquad]-\infty, -3]$

$x + 3 < 0 \qquad x < -3 \qquad]-\infty, -3[\,,\ ]-\infty, -3)$

$-x + 3 < 0 \qquad x > 3 \qquad]3, +\infty[$

oppure $-x < -3 \longrightarrow x > 3$

moltiplicare per -1 cambia il segno!

$2x + 3 \leq 2(x-1) \rightarrow 2x + 3 \leq 2x - 2$

$\longrightarrow 0 \leq -5$ Impossibile Soluzione $= \emptyset$

Disequazioni di secondo grado

$x^2 + 3x - 4 \leq 0 \quad , \quad -x^2 + 3x + 4 > 0$

$\downarrow$

radici $\dfrac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2}$ soluzione

$x_1 = \dfrac{-3+5}{2} = 1 \qquad -4 \leq x \leq 1$

$x_2 = \dfrac{-3-5}{2} = -4 \qquad [-4, 1]$

$x^2 - 3x - 4 < 0 \qquad x_1 = -1 \quad x_2 = 4$

valori interni $-1 < x < 4 \rightarrow]-1, 4[$

Cosa succede se c'è solo una radice

$x^2 - 2x + 1 > 0$ una sola radice $x_1 = 1$

Soluzione

$x \neq 1 \rightarrow]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$

$x^2 - 2x + 1 \geq 0$ sempre soluzione $\mathbb{R}$

$]-\infty, +\infty[$

$x^2 - 2x + 1 \leq 0$ soluzione $x = 1$, $\{1\}$

$x^2 - 2x + 1 < 0$ mai $\emptyset$

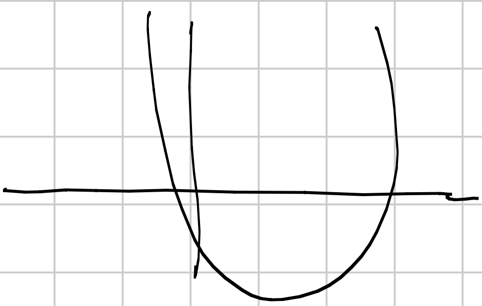
Se non ci sono radici reali

$x^2 + x + 1 > 0$ sempre $\mathbb{R}$

$x^2 + x + 1 \geq 0$ " $\mathbb{R}$

$x^2 + x + 1 \leq 0$ mai $\emptyset$

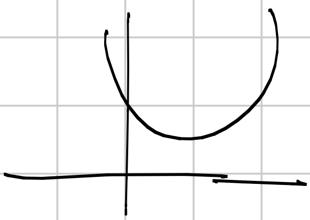
$x^2 + x + 1 < 0$ " $\emptyset$



$y = ax^2 + bx + c$ $a > 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ ha 2 radici

ha una sola radice



non ci sono radici reali

$x^2 - 6x + 5 > 0$ $\qquad x_1 = 5$, $x_2 = 1$

$x < 1 \cup x > 5 \longrightarrow]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[$

$x^2 \le 4$

$[-2, 2]$, $\quad]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[$, $\quad$ mai,

$\cancel{x \le \pm 2}$ NON HA SENSO

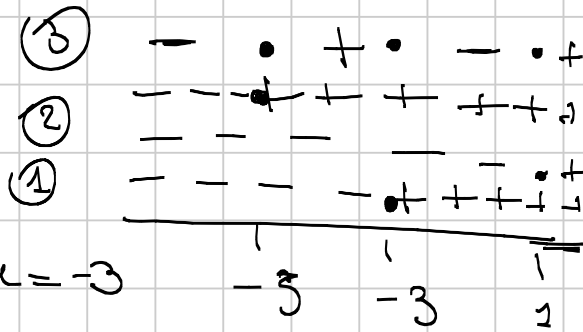
$x^2 - 4 \le 0$ valori interni, radici sono $2, -2$

Soluzione è $[-2, 2]$

Disequazioni con prodotti.

$(x+3)(x-1)(x+5) \ge 0$

① ② ③



① $x+3 > 0$ se $x > -3$ e $= 0$ se $x = -3$

② $x-1 > 0$ se $x > 1$ e $= 0$ $x = 1$

③ $x+5 > 0$ se $x > -5$ e $= 0$ $x = -5$

Soluzione $[-5, -3] \cup [1, +\infty[$

$(x+3)(x-1)(x+5) < 0$ $\qquad]-\infty, -5[\cup]-3, 1[$

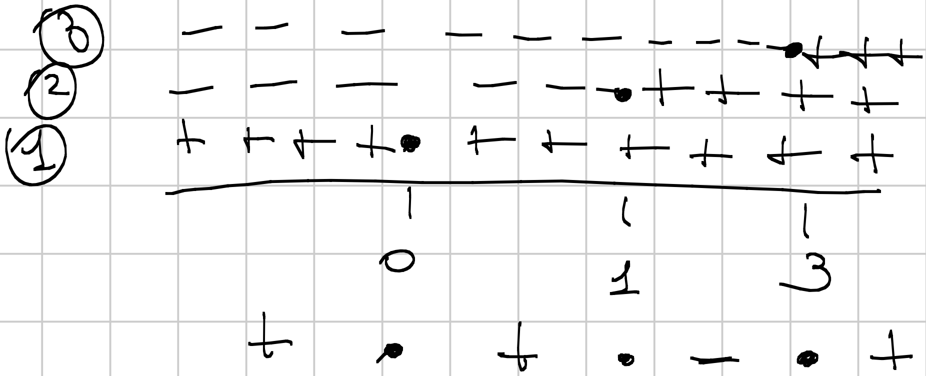
$x^2 (x-1)(x-3) \le 0$

① ② ③

① $x^2 > 0$ se $x \ne 0$ e $= 0$ se $x = 0$

② $x-1 > 0$ se $x > 1$ e $= 0$ se $x = 1$

(3) $x-3>0$ se $x>3$ e $=0$ se $x=3$



$[1,3] \cup \{0\}$

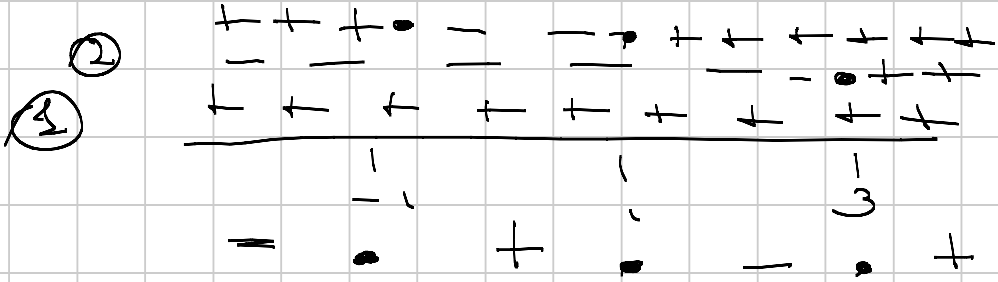
$(x^2+1)(x-3)(x^2-1)>0$

(1) (2) (3)

(1) $x^2+1>0$ sempre

(2) $x-3>0$ se $x>3$ e $=0$ se $x=3$

(3) $x^2-1>0$ se $x<-1$ oppure $x>1$ e $=0$ $x=1$ oppure $x=-1$



$]-1,1[\cup]3,+\infty[$

$x^4-3x^2+4>0$

$x^2=y$ $\quad y^2-3y+4$ $\quad \Delta = 9-16<0$

non ha radici reali

$\Rightarrow x^4-3x^2+4>0$ sempre

$x^4 - 3x^2 - 4 > 0$

$x^2 = y$ $\quad y^2 - 3y - 4$ $\qquad y = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2}$

$\downarrow$

$(y-4)(y+1)$ $\qquad y_1 = \frac{3+5}{2} = 4$

$y_2 = \frac{3-5}{2} = -1$

$(x^2-4)(x^2+1) > 0$

① ②

① $x^2-4>0$ $\quad x<-2 \cup x>2$ $\quad$ e $=0$ $\quad x=2, x=-2$

② $x^2+1>0$ sempre

① $+ \ + \ + \bullet - \ - \ - \bullet + \ + \ +$

② $+ \ + \ + \ + \ + \ + \ +$

$-2 \qquad 2$

$+ \quad \bullet \quad - \quad \bullet \quad +$

$]-\infty, -2[\ \cup \ ]2, +\infty[$

— • —

$x^4 - 5x^2 + 6 \le 0$

$[1, 5]$, $\quad [2, 3]$, $\quad \boxed{[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]}$

$[-2, 3]$,

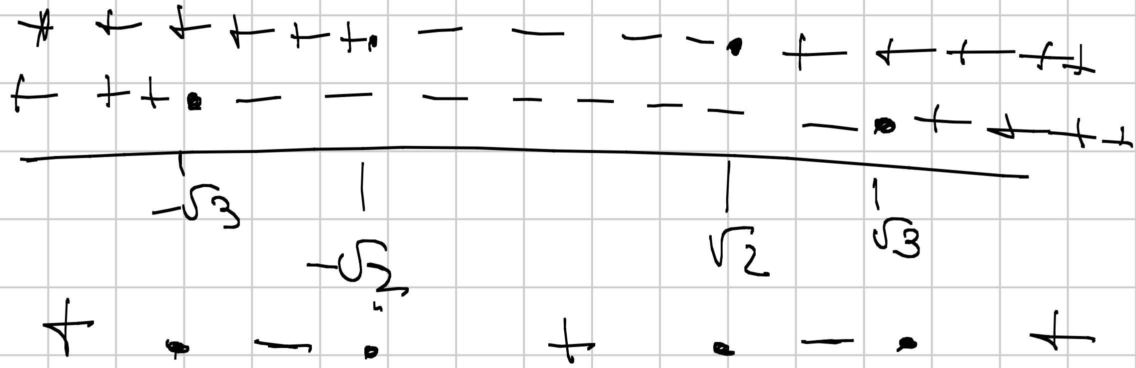
$x^2 = y$ $\qquad y^2 - 5y + 6 = (y-3)(y-2)$

$x^4 - 5x^2 + 6 = (x^2-3)(x^2-2) \le 0$

① ②

① $x^2-3>0$ se $x<-\sqrt{3}$ oppure $x>\sqrt{3}$ e $=0$ se $x=\sqrt{3}, x=-\sqrt{3}$

② $x^2-2>0$ se $x<-\sqrt{2}$ u $x>\sqrt{2}$ e $=0$ $x=\sqrt{2}, x=-\sqrt{2}$



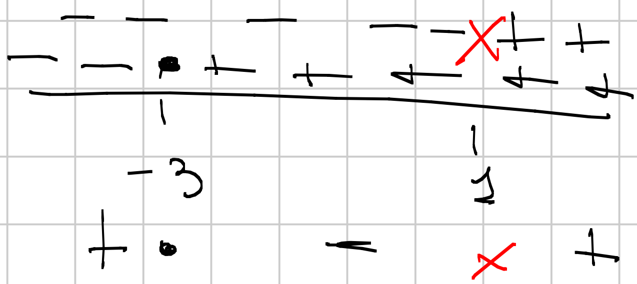
Disequazioni con quozienti

$$\frac{x+3}{x-1} > 0$$

① $x+3>0$ se $x>-3$ e $=0$ $x=-3$

② $x-1>0$ se $x>1$ e $=0$ $x=1$

il denominatore non può mai essere $=0$!!



$]-\infty, -3[\;\cup\;]1, +\infty[$

$$\frac{x+3}{x-1} \leq 0$$

$[-3, 1[$

$$\frac{1}{x} > 1$$

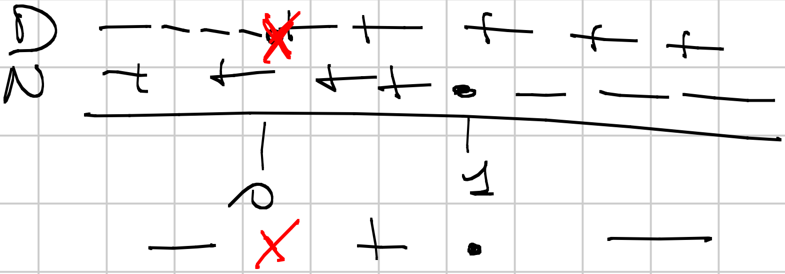
$x>1$, $x<1$, mai,

$]0, 1[$

$$\frac{1}{x} - 1 > 0 \longrightarrow \frac{1-x}{x} > 0$$

$1 - x > 0$ se $x < 1$ $\qquad = 0$ se $x = 1$

D $\quad x > 0$ se $x > 0$ $\qquad = 0$ se $x = 0$



— • —

$$x^2 > x$$

$$x^2 - x > 0$$

D $\boxed{x < 0 \cup x > 1}$

$x > 1$ No

Non si può semplificare la x!

— • —

$$\frac{1}{x} > \frac{1}{x^2}$$

$x \neq 0$ e poi $x^2 > 0 \Rightarrow$ si può moltiplicare

$$\frac{x^2}{x} > 1 \longrightarrow x > 1$$

oppure

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} > 0 \qquad \frac{x-1}{x^2} > 0$$