

TEST 2007/2008

Titolo nota

26/09/2008

$$\boxed{1} \quad \frac{10^{200}}{20} = \frac{2^{200} \cdot 5^{200}}{2^2 \cdot 5} = 2^{198} \cdot 5^{199} = 5 \cdot 10^{198} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{200} \text{ NO!!!!!!}$$

$$\boxed{2} \quad \log_2(x \cdot 2^x) = \log_2 x + \log_2 2^x = x + \log_2 x$$

$\boxed{3}$ "Tutti gli studenti di Meccanica che hanno fatto precorso supereranno il test". Supponendo che l'ha detto abbia ragione, quale delle seguenti è sicuramente vera?

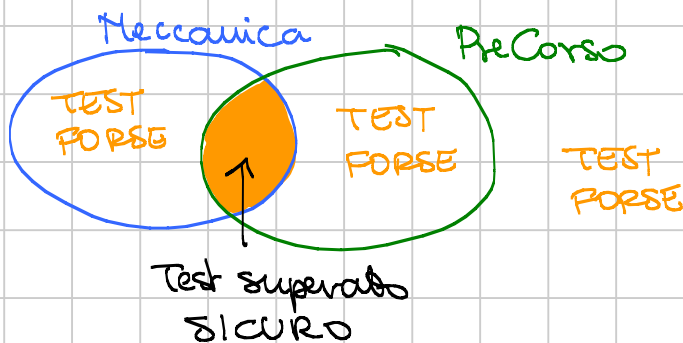
(A) Tutti quelli che superano Test sono di Mecc. e hanno fatto PCM

(B) Non superare il test vuol dire non aver seguito PCM

(C) Tutti quelli di Mec. che superano Test hanno fatto PCM

(D) Tutti quelli che non superano non sono di Mecc.

\rightarrow (E) Tutti quelli di Mec. che NON superano non hanno fatto PCM



$$\boxed{4} \quad x^2 - 6x + 9 > 0 \quad (x-3)^2 > 0 \text{ sempre, tranne quando } x-3=0$$

$$\boxed{x \neq 3}$$

$$\boxed{4bis} \quad (x^2 - 3)^2 > 0 \text{ sempre tranne quando } x^2 = 3, \quad \boxed{x \neq \pm\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \boxed{5} \quad 4 \sin^4 x + \sin^2(2x) &= 4 \sin^4 x + (2 \sin x \cos x)^2 \\ &= 4 \sin^4 x + 4 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= 4 \sin^4 x + 4 \sin^2 x (1 - \sin^2 x) \\ &= 4 \cancel{\sin^4 x} + 4 \sin^2 x - 4 \cancel{\sin^4 x} \\ &= 4 \sin^2 x \end{aligned}$$

$$\boxed{6} \quad \frac{x^6-1}{x^2-1} - \frac{x^8-1}{x^4-1} = (\cancel{x^4} + x^2 + \cancel{1}) - (\cancel{x^4} + \cancel{1}) = x^2$$

$$x^8-1 = (x^4+1)(x^4-1); \quad x^6-1 = (x^2-1)(x^4+x^2+1)$$

$$A^2-B^2 = (A+B)(A-B) \quad A^3-B^3 = (A-B)(A^2+AB+B^2)$$

$$\boxed{7} \quad a=2 \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1. \quad \text{Determinare } \frac{1}{a+b}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow b=2 \Rightarrow \frac{1}{a+b} = \frac{1}{4}$$

$\boxed{8}$ Dividere x^4+x^3+1 per x^2+3 . Resto = ?

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 \quad \quad \quad +1 \\ -x^4 \quad \quad -3x^2 \\ \hline \quad \quad x^3 - 3x^2 \quad \quad +1 \\ \quad -x^3 \quad \quad -3x \\ \hline \quad \quad -3x^2 - 3x + 1 \\ \quad \quad +3x^2 \quad \quad +9 \\ \hline \quad \quad \quad -3x + 10 \end{array}$$

$\boxed{9}$ Quante soluzioni ha $(x+1)(x^2+2)(x^3+3)=0$.

2 soluzioni

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \boxed{x=-1} & \text{NULLA} & \boxed{x = -\sqrt[3]{3}} \end{array}$$

$\boxed{10}$ Dopo 3 compiti uno studente ha media = 24.

Quanto deve prendere all'ultimo per portare la media a 25?

NEMMENO PENSARE CHE SIA 26 !!!

$$\frac{A+B+C}{3} = 24$$

$$\frac{A+B+C+D}{4} = 25$$

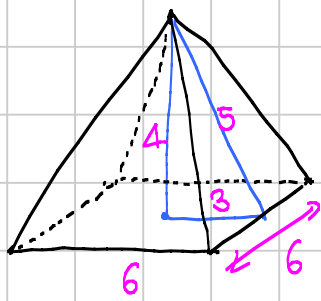
$$D = 28$$

$$A+B+C = 72$$

$$A+B+C+D = 100$$

$$72 + D = 100$$

$\boxed{11}$ Piramide a base quadrata. Area base = 36, Volume = 48
Sup. laterale = ?



$$\text{Vol} = \frac{1}{3} \text{Area base} \cdot h$$

$$\frac{1}{3} \cdot 36 \cdot h = 48 \Rightarrow h = 4$$

Altezza faccia = 5

$$\text{Area faccia} = \frac{1}{2} \text{base} \cdot \text{altezza} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15$$

$$\text{Sup. laterale} = 4 \cdot 15 = 60$$

— 0 —

12) Cerchio. Lungh. circ. = p . Area = ?

Sia r il raggio. $p = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{p}{2\pi}$

$$\text{Area} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{p}{2\pi}\right)^2 = \pi \frac{p^2}{4\pi^2} = \frac{p^2}{4\pi}$$

13) $y = 3x - 2$ $ax + 5y + 7 = 0$. Per quale a sono \perp ?

$$5y = -ax - 7$$

$$y = -\frac{a}{5}x - \frac{7}{5}$$

↑ coeff. ang. deve essere $-\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow -\frac{a}{5} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{5}{3}$$

14) $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$ $x^2 + 8x + y^2 - 6y = 0$

$$x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 = 16 + 9$$

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

Centro: $(-4, 3)$

Raggio: 5

In alternativa si potevano usare le formule

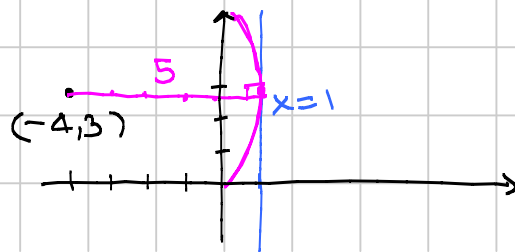
$$x_0 = -\frac{a}{2} = -\frac{8}{2} = -4 ; y_0 = -\frac{b}{2} = 3 ; R^2 = -c + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}$$

Passa per l'origine? Sostituisco $(0,0)$ $= -0 + 16 + 9 = 25$

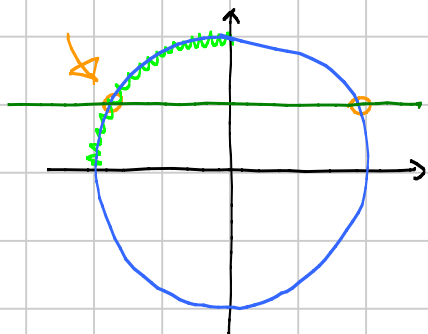
Passa per $(-1,-1)$? Sostituisco $(-1,-1)$: $1 + 1 - 8 + 6 = 0$ Sì!

(In alternativa: calcolare la distanza di $(-1,-1)$ dal centro)

È tangente alla retta $x=1$?



[15] $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $\sin x = \frac{1}{2}$. Quanto vale $\cos x$?



$$x = \frac{5\pi}{6} \quad 150^\circ$$

$$\cos x = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

[15 bis] $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $\sin x = \frac{1}{3}$. Quanto vale $\cos x$? $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1; \quad \frac{1}{9} + \cos^2 x = 1; \quad \cos^2 x = \frac{8}{9}; \quad \cos x = \pm \sqrt{\frac{8}{9}}$$

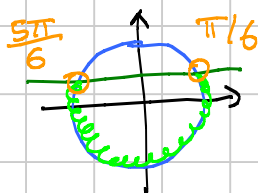
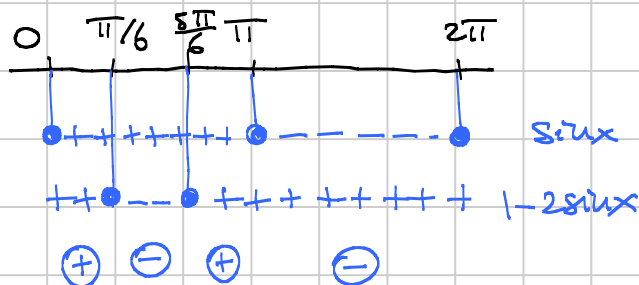
scegliere!

$$\cos x = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad \text{Tra } \frac{\pi}{2} \text{ e } \pi \text{ } \cos x < 0 \text{ quindi } \cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

[16] $\frac{1}{\sin x} < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{\sin x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1 - 2\sin x}{\sin x} < 0$

$$1 - 2\sin x > 0 \Leftrightarrow 2\sin x < 1$$

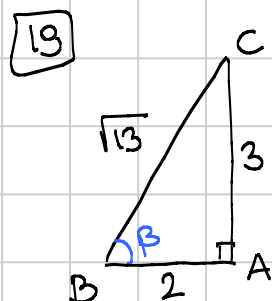
$$\Leftrightarrow \sin x < \frac{1}{2}$$



$$\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right) \cup (\pi, 2\pi)$$

[17] $-x^2 \geq 3x$; $x^2 + 3x \leq 0$; $x(x+3) \leq 0$ Radici $x=0, x=-3$
VALORI INTERNI: $[-3, 0]$

[18] $4 \cdot 2^x \geq 8^{2x-3}$ $2^2 \cdot 2^x \geq (2^3)^{2x-3}$; $2^{2+x} \geq 2^{6x-9}$
 $2+x \geq 6x-9$; $5x \leq 11 \Rightarrow x \leq 11/5$



$\cos \beta = ?$
 $BC = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$
 $AB = BC \cdot \cos \beta$
 $\cos \beta = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

[20] $x = \sqrt[7]{3^{20}}$; $x^7 = 3^{20}$ $x = 3^{\frac{20}{7}}$
 $\sqrt[20]{x} = 3^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{3}$, $\log_3 x = \frac{20}{7}$
 $x = 3^{\frac{20}{7}} < 3^{\frac{21}{7}} = 3^3 = 27$