Titolo nota 22/09/2007

$\sqrt{x+1} = 9$ Faccio il quadrato $x+1=81$, $\boxed{x = 80}$

Sostituisco $x=80$ e vedo che $\sqrt{81} = 9$ Ok. 1 sol.

— o — o —

$\sqrt{x+1} = -9$ Faccio il quadrato $x+1=81$, $x=80$

Sostituisco e ottengo $\sqrt{81} = -9$ NO!! 0 soluz.

— o — o —

$\sqrt{x^2-5x+5} = 1$ Faccio il quadrato $x^2-5x+5=1$

$x^2-5x+4=0$ $x = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$ ACCETTABILI ENTRAMBE

$\sqrt{x+14} = x+2$ Faccio il quadrato $x+14 = (x+2)^2$

$x+14 = x^2+4x+4$; $x^2+3x-10=0$ $\begin{matrix} S = -3 \\ P = -10 \end{matrix}$

$x = \begin{cases} -5 \\ \boxed{2} \end{cases}$ Sostituisco $\begin{matrix} \sqrt{9} = -3 & \text{Non accettabile} \\ \sqrt{16} = 4 & \text{OK} \end{matrix}$

— o — o —

$\sqrt{x+14} = -x-2$ Faccio il quadrato $x+4 = (-x-2)^2$

$x = \begin{cases} -5 \\ 2 \end{cases}$ Sostituisco $\begin{matrix} \sqrt{9} = 3 & \text{OK} \\ \sqrt{16} = -4 & \text{NO} \end{matrix}$

— o — o —

$\sqrt[3]{x-8} = 3$ Faccio il cubo IMPUNEMENTE $x-8 = 3^3 = 27$

$x = 35$

$\sqrt[4]{x-8} = 3$ Elevo alla quarta $x-8 = 3^4 = 81, \quad x = 89$

$\sqrt[4]{x-8} = -3$ " $x-8 = (-3)^4 = 81$

$x = 89$ che non va bene $\sqrt[4]{89-8} \neq -3$

— o — o —

$\sqrt{x+6} = x$ Faccio il quadrato $x+6 = x^2$

$x^2 - x - 6 = 0$ $S = 1$ $P = -6$

$x = \begin{cases} 3 & \leftarrow \text{OK, perché } \sqrt{3+6} = 3 \\ -2 & \leftarrow \text{NO, perché } \sqrt{-2+6} = -2 \end{cases}$

— o — o —

$\sqrt{x^2+4} = x+2$ Quadrato...

$\boxed{\begin{array}{c} \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \\ \text{NO !!!!!!!} \end{array}}$

$x^2+4 = (x+2)^2$; $\cancel{x^2}+\cancel{4} = \cancel{x^2}+4x+\cancel{4}$ $4x=0$, $x=0$

Sostituisco $x=0$ e vedo che va bene.

— o — o —

$\sqrt{x+1} < 9$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0 & \text{Esistenza della radice} \\ x+1 < 81 & \text{Fare i quadrati} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < 80 \end{cases}$$

$[-1, 80)$ $-1 \leq x < 80$

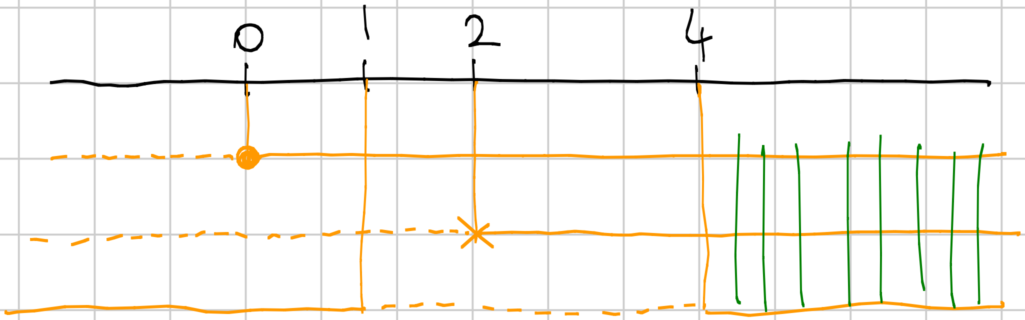
— o — o —

$\sqrt{x} < x-2$

$$\begin{cases} x \geq 0 & \text{Esistenza della radice} \\ x-2 > 0 & \text{Termine a dx} \geq 0 \\ x < (x-2)^2 & \text{Fare i quadrati} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x > 2 \\ x < x^2 - 4x + 4 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x \geq 0 & 1^a \\ x > 2 & 2^a \\ x^2 - 5x + 4 > 0 & 3^a \end{cases}$$

Valori ESTERNI ad 1, 4



1^a eq.
2^a eq.
3^a eq.

Soluzione: $x > 4$ $\quad (4, +\infty)$

— o — o —

$$\sqrt{x+1} > 2x - 4$$

Diventa UNIONE di 2 sistemi

$$\begin{cases} 2x - 4 < 0 & \text{dx neg.} \\ x + 1 \geq 0 & \text{burocrazia} \end{cases} \qquad \begin{cases} \boxed{x + 1 \geq 0 \quad \text{Burocrazia}} \\ 2x - 4 \geq 0 & \text{dx} \geq 0 \\ (x+1) > (2x-4)^2 & \text{Fare i quadr.} \end{cases}$$

Segue dalla 3^a

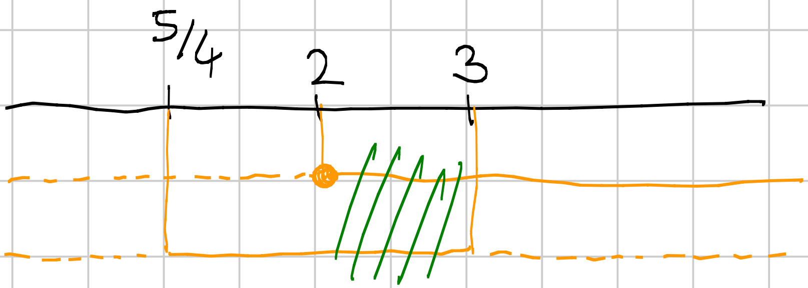
1° SISTEMA: $\begin{cases} 2x < 4 \\ x \geq -1 \end{cases}$; $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq -1 \end{cases}$ $\boxed{-1 \leq x < 2}$

SOLUZ. 1° SISTEMA

2° SISTEMA: $\begin{cases} 2x \geq 4 \\ x+1 > 4x^2-16x+16 \end{cases}$; $\begin{cases} x \geq 2 & (1^a) \\ 4x^2-17x+15 < 0 & (2^a) \end{cases}$

$$x_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{289-240}}{8} = \frac{17 \pm \sqrt{49}}{8} = \begin{cases} \frac{17+7}{8} = 3 \\ \frac{17-7}{8} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

VALORI INTERNI



1^a eq., 2° sist.

2^a eq., 2° sist.

$\boxed{2 \leq x < 3}$

SOLUZ. II SISTEMA

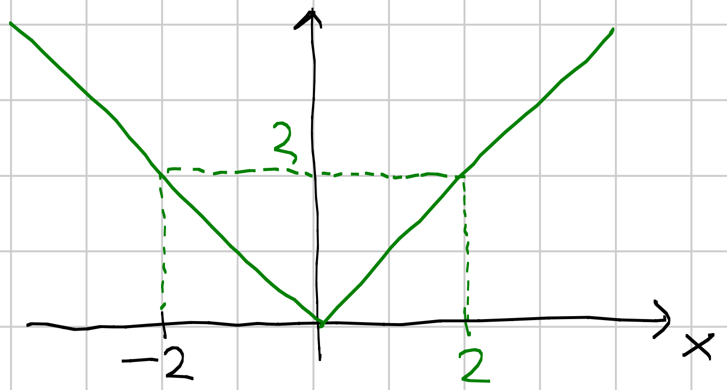
SOLUZ. EQ. INIZ. = UNIONE SOLUZ. SISTEMI = $\boxed{-1 \leq x < 3}$

VALORE ASSOLUTO

Il valore assoluto di un numero è il numero privato del segno

Detto meglio!

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



$$|x+3| = \begin{cases} x+3 & \text{se } x+3 \geq 0, \text{ cioè se } x \geq -3 \\ -x-3 & \text{se } x+3 < 0, \text{ cioè se } x < -3 \end{cases}$$

$|x| = 5$

$$x = \begin{cases} 5 \\ -5 \end{cases}$$

$$|x+3| = 5 \qquad x+3 = \begin{cases} 5 & x+3=5 \quad x=2 \\ -5 & x+3=-5 \quad x=-8 \end{cases}$$

$$|x^2-1| = 10$$

$$x^2-1 = \begin{cases} 10 \\ -10 \end{cases} ; \qquad \begin{array}{l} x^2-1=10 \to x^2=11 \to x=\pm\sqrt{11} \\ x^2-1=-10 \to x^2=-9 \to \text{NULLA} \end{array}$$

— o — o —

In generale un'equazione del tipo

$|\text{Mostro}| = 5$ diventa l'unione di 2 equazioni:

$\text{Mostro} = 5$

$\text{Mostro} = -5$

Questo discorso vale per equazioni del tipo valore assoluto = numero

N.B. $|\text{Mostro}| = -5$ Non ci sono soluzioni perché un val. ass. è sempre ≥ 0.

— o — o —

$|x| < 5$ $\quad -5 < x < 5 \quad \begin{cases} x < 5 \\ x > -5 \end{cases}$

$|x+3| < 5$ $\quad \begin{cases} x+3 < 5 \\ x+3 > -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2 \\ x > -8 \end{cases} \quad -8 < x < 2$

In generale la disequazione

$|\text{Mostro}| < 8$ diventa il sistema

$$\begin{cases} \text{Mostro} < 8 \\ \text{Mostro} > -8 \end{cases}$$

$|\text{Mostro}| < -8$ Impossibile (Soluzione: $\emptyset$) perché un val. ass. non può essere neg.

$|\text{Mostro}| > -8$ Sempre verificata purché il Mostro abbia senso (cioè è verificata per tutti i valori di x per cui il Mostro è definito)

$\left| \boxed{\sqrt{x-2} - 8} \right| > -3$ Soluzione: $x \geq 2$

è definito purché la radice abbia senso, cioè per $x-2 \geq 0$

Tutto questo vale quando c'è val. ass. < numero

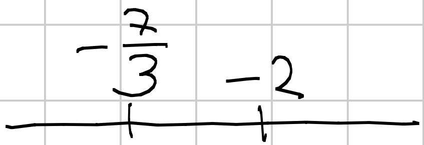
$|\text{Mostro}| > 4 \rightsquigarrow$ $\boxed{\text{Mostro} > 4}$ $\boxed{\text{Mostro} < -4}$ UNIONE!!!

$$|x+2| > 2x+5$$ Distinguere i casi

$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+2 > 2x+5 \end{cases} \quad \text{UNIONE} \quad \begin{cases} x+2 < 0 \\ \underbrace{-x-2}_{\text{il valore assoluto in questo è l'argomento cambiato di segno}} > 2x+5 \end{cases}$$

1° SISTEMA:

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x < -3 \end{cases}$$ SOLUZIONE: $\emptyset$



2° SISTEMA: $$\begin{cases} x < -2 \\ 3x < -7 \end{cases} \qquad \begin{cases} x < -2 \\ x < -\frac{7}{3} \end{cases}$$

SOLUZIONE 2° SISTEMA: $x < -\frac{7}{3}$

UNIONE $= \; x < -\frac{7}{3}$

$$|x-3| > 2x+4$$

1° SISTEMA

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 > 2x+4 \end{cases}$$

UNIONE

2° SISTEMA

$$\begin{cases} x-3 < 0 \\ \underbrace{-x+3}_{\text{Arg. di } |\cdot| \text{ cambiato di segno}} > 2x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 > 2x+4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x \geq 3 \\ x < -7 \end{cases} ; \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} x-3 < 0 \\ -x+3 > 2x+4 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x < 3 \\ 3x < -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x < 3 \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases} \quad x < -\frac{1}{3}$$

$|x-1| = -3$ Nessuna soluzione

$|x-8| = 0 \iff x-8=0 \iff x=8$

$|x-8| = 3 \rightarrow$
$\nearrow x-8=3 \rightarrow x=11$
$\searrow x-8=-3 \rightarrow x=5$

segue dalla 3ª

$\sqrt{x+14} = |x+2|$

$$\begin{cases} \boxed{x+14 \geq 0} \\ |x+2| \geq 0 \\ (x+14) = |x+2|^2 \end{cases}$$

Burocrazia della radice

sempre verificata

termine a dx ≥ 0

Fare i quadrati

Tutto si riduce alla 3ª eq.

$x+14 = x^2+4x+4$

si risolve...

N.B. $|a|^2 = a^2$ per ogni numero reale a.
IDEM per potenze pari

$|a|^3 = a^3$ solo per $a \geq 0$

$|a|^3 = |a^3|$ per ogni $a \in \mathbb{R}$

$$|x+2| + |x+4| = 6$$

$$\boxed{\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \\ x+2+x+4 = 6 \end{cases}} \quad 1^\circ \quad ; \quad \begin{cases} \boxed{\begin{array}{l} x+2 \geq 0 \\ x+4 < 0 \end{array}} \\ x+2-x-4 = 6 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} x+2 < 0 \\ x+4 \geq 0 \\ -x-2+x+4 = 6 \end{cases}$$

IMPOSSIBILE

$$\begin{cases} x+2 < 0 \\ x+4 < 0 \\ -x-2-x-4 = 6 \end{cases}$$

Occorre risolvere le 4 equazioni controllando che le soluzioni trovate stiano nella zona corrispondente

$$x+2+x+4 = 6$$

$$2x + \cancel{6} = \cancel{6}$$

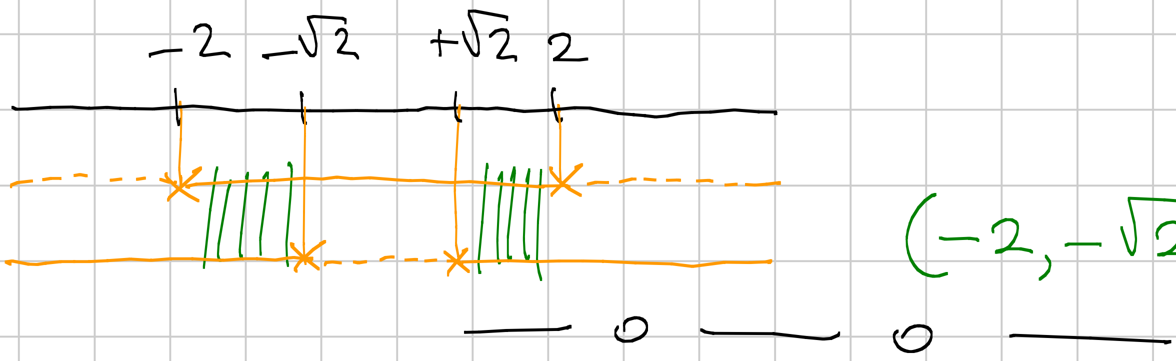
$\boxed{x = 0}$ $\rightarrow$ Verifica $\begin{array}{l} x+2 \geq 0 \\ x+4 \geq 0 \end{array}$ $\rightarrow$ va bene

$|x^2-3|<1$

$|\text{Mostro}|<1 \rightsquigarrow \begin{cases} x^2-3<1 \\ x^2-3>-1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x^2-4<0 & 1° \\ x^2-2>0 & 2° \end{cases}$

NO!!!!!!!!

$\boxed{\begin{array}{l} x^2<4 \\ x<\pm 2 \\ x^2>2 \\ x>\pm\sqrt{2} \end{array}}$

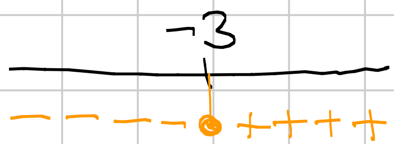


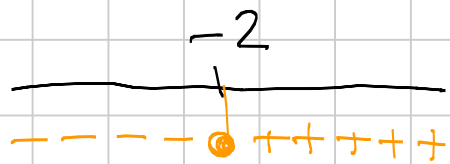
$(-2,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},2)$

$\left(3^{x+3}-3\right)(x+3)\geq 0$

1° FATT. 2° FATT.

2° FATT $x+3$

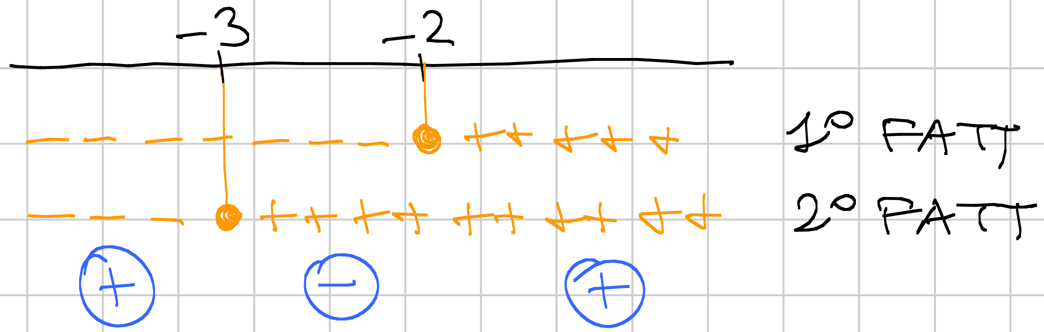




1° FATT. $3^{x+3}-3>0$ $3^{x+3}>3^1$

$x+3>1$

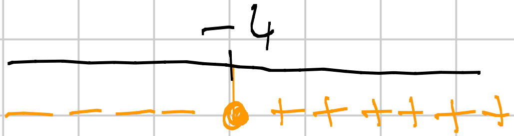
$x>-2$



Richiedendo ≥ 0 la soluz. è $(-\infty, -3] \cup [-2, +\infty)$

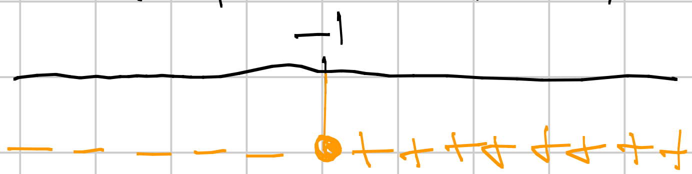
$$\underbrace{(x+4)}_{1^\circ \text{ F.}}\ \underbrace{\log_2(x+2)}_{2^\circ \text{ F}} > 0$$

1° Fatt.

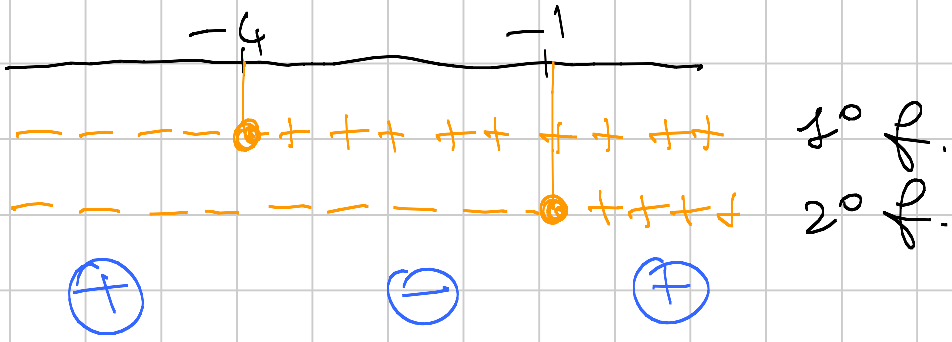


2° Fatt. $\log_2(x+2) > 0$ $\qquad \log_2(x+2) > \log_2 1$

$x+2 > 1 \qquad x > -1$



NO!!!



NO!!!

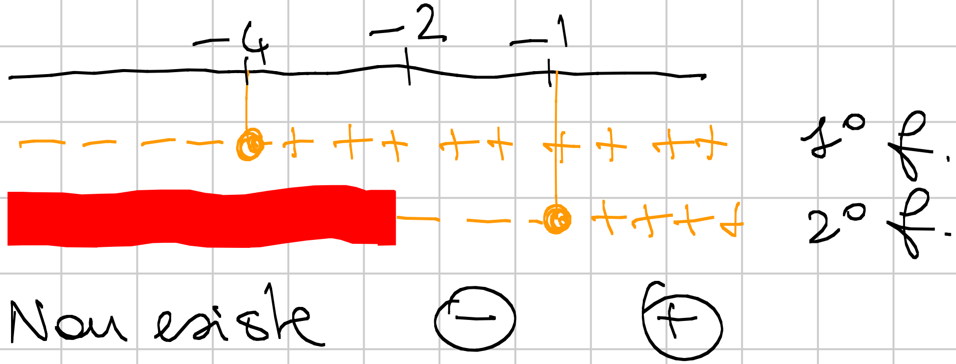
2° fatt. come si deve

$$\log_2(x+2) > 0 \qquad x+2 > 1 \qquad x > -1$$

come primo ok.

$$\log_2(x+2) < 0 \longrightarrow \log_2(x+2) < \log_2 1$$

$$\begin{cases} x+2 < 1 \\ x+2 > 0 \end{cases}$$ togliere i log burocrazia $$\begin{cases} x < -1 \\ x > -2 \end{cases}$$



Soluzione: $x > -1$

$3^x + 9^x > 6$ $\qquad$ $3^x + 3^{2x} > 6$

$3^x = t$ $\qquad$ $t + t^2 > 6$ $\qquad$ $t^2 + t - 6 > 0$

Valori esterni! Radici $t = \begin{cases} -3 \\ 2 \end{cases}$

$t < -3$ oppure $t > 2$. Ritorno in x:

$3^x < -3$ oppure $3^x > 2$

UNIONE

$\downarrow$ Nulla, perché $3^x > 0$ sempre

$\downarrow$ $x > \log_3 2$

$\Rightarrow$ La soluzione della diseq. è $x > \log_3 2$.