

Modulo di Algebra Lineare – Informazioni

Capi Gli studenti sono invitati a nominare subito due *capicorso*, che dovranno fungere da tramite tra il docente e gli altri studenti. Non si tratta di un compito particolarmente oneroso, ma molto importante nell'economia del corso.

Ricevimento studenti L'orario di ricevimento *ordinario* verrà comunicato appena possibile e sarà valido per le 12 settimane di corso.

Eventuali ricevimenti *straordinari* (durante e dopo il corso) potranno essere concordati su appuntamento.

Esami Gli esami verranno effettuati secondo le modalità spiegate dettagliatamente a parte. *Si raccomanda di non fidarsi di nessuna informazione relativa alle date d'esame (anche se proveniente da fonti ufficiali) se non confermata dal docente, direttamente o tramite la pagina web.* Si raccomanda di prenotarsi agli esami mediante l'apposito sito <http://esami.unipi.it>, che permette anche di essere informati di eventuali variazioni (il sito è in fase sperimentale, quindi all'inizio potrebbero esserci disguidi).

Correzione compiti Durante le 12 settimane del corso è possibile consegnare al docente lo svolgimento scritto di esercizi. Se gli elaborati saranno preparati con cura (scrittura leggibile, argomentazioni spiegate bene, un solo esercizio per pagina) verranno corretti (come se si trattasse di un compito d'esame vero e proprio) in un tempo ragionevole e restituiti all'autore. Questa attività permette di avere una valutazione ufficiosa della propria preparazione molto prima che inizi il periodo degli esami.

Ovviamente successi e insuccessi in queste prove non influiranno sul voto finale, il quale dipenderà esclusivamente dalle prove d'esame.

Studenti con OFA Gli studenti gravati di OFA possono (come qualunque altro cittadino) seguire il corso. Tuttavia mi sento di consigliare loro di dare la massima priorità al recupero delle conoscenze di base, senza le quali è sostanzialmente impossibile seguire in maniera efficace un corso di matematica.

Studenti senza OFA È ben noto che i cutoff per il superamento degli OFA sono estremamente bassi. *Questo potrebbe indurre in molti studenti la falsa impressione di avere le conoscenze di base necessarie per seguire il corso.* Si raccomanda quindi di verificare personalmente le proprie conoscenze di base provando ad affrontare gli esercizi contenuti in [1], in modo da potere, se serve, porre rimedio quanto prima. È proprio sulle conoscenze di base che ci si gioca la possibilità di seguire in maniera proficua un corso di matematica.

Forum studenti Dalla pagina web del docente (facilmente raggiungibile cercando “Massimo Gobbino” con qualunque motore di ricerca) si accede ad un Forum destinato a chi segue questo corso e non solo. Quello è il luogo in cui porre tutte le domande, sia su questioni burocratiche sia su questioni matematiche, la cui risposta può interessare più di una persona. Tutti gli studenti sono invitati a registrarsi ed a seguire regolarmente ed attivamente il Forum. Essere attivi vuol dire anche provare a rispondere alle domande che altri pongono, superando la paura di “sparare

stupidaggini". A tutti, in particolare a chi sta imparando qualcosa di nuovo, capita di sparare stupidaggini: si tratta solo di decidere se farlo subito o aspettare il giorno dell'esame ... Sembrerà strano, ma molti preferiscono la seconda ...

E-mail Per le questioni generali di cui al punto precedente si raccomanda di *evitare l'uso dell'e-mail*, alla quale probabilmente non si riceverà risposta, un po' perché ormai le e-mail arrivano a centinaia ogni giorno, un po' perché è davvero inutile spiegare 10 volte separatamente a 10 persone diverse la stessa cosa quando si potrebbe spiegarla una volta per tutte sul Forum.

Lezioni sul web Nei limiti del possibile i *video delle lezioni* ed i file pdf con lo *stampato integrale di quanto scritto a lezione* saranno resi disponibili dalla pagina web del docente. Questo rende meno pressante la necessità di essere presenti fisicamente a lezione.

Libri di testo Gli argomenti del corso riguardano conoscenze matematiche stabilizzate da secoli. Per questo motivo qualunque libro sul quale ci si trovi bene è adeguato, ed in tal senso fare un salto in biblioteca potrebbe essere utile. È comunque estremamente importante affiancare allo studio della teoria lo svolgimento di un numero congruo di esercizi.

Materiale didattico pensato per il corso Fermo restando quanto detto al punto precedente, si segnalano i seguenti testi pensati specificamente per questi corsi.

- Per la verifica delle conoscenze di base si consiglia

[1] M. Ghisi, M. Gobbino; *Esercizi per i precorsi di Matematica*; Esculapio.

- Per la parte di Algebra Lineare si consiglia la raccolta di esercizi scaricabile liberamente dalla home page del docente.

Altri testi consigliati I video e gli stampati delle lezioni messi a disposizione in internet, uniti al fascicoletto di esercizi, dovrebbero essere più che sufficienti per raggiungere un'ottima preparazione in questa materia.

Fermo restando che, come già detto, qualunque testo sul quale ci si trovi bene è adeguato, si segnalano in aggiunta anche i seguenti libri:

[4] M. Abate, C. De Fabritiis; *Geometria analitica con elementi di algebra lineare 2/ed*; McGraw-Hill.

[5] M. Abate, C. De Fabritiis; *Esercizi di geometria*; McGraw-Hill.

[6] M. Bramanti, C. D. Pagani, S. Salsa; *Matematica – Calcolo infinitesimale e algebra lineare*; Zanichelli.

[7] C. Petronio; *Geometria e Algebra Lineare*; Esculapio.

[8] C. Petronio; *Geometria e Algebra Lineare – Quesiti ed Esercizi*; Esculapio.

Pirateria È ben noto che alcune copisterie vendono versioni fotocopiate di questi (e di altri) testi. Certamente la qualità non è la stessa rispetto alle versioni ufficiali, anzi talvolta mancano delle pagine e le fotocopie si riferiscono a versioni vecchie di anni non più aggiornate. Ma, più importante, **si tratta di vendita illegale di materiale contraffatto, in barba a tutte le leggi che dovrebbero tutelare il lavoro di chi quel materiale lo ha prodotto.**

Modulo di Algebra Lineare – A.A. 2014-2015

Programma previsto per argomenti

Preliminari/Prerequisiti

- Tutto il precorso, in particolare polinomi, geometria analitica, trigonometria.
- Parte del corso di Analisi Matematica I, in particolare insiemi e funzioni, principio di induzione, numeri complessi.

Spazi vettoriali ed applicazioni lineari

- Campi e spazi vettoriali. Sottospazi vettoriali.
- Dipendenza e indipendenza lineare, generatori, basi e componenti di un vettore rispetto ad una base, dimensione di uno spazio e di un sottospazio vettoriale. Span di un insieme di vettori.
- Somma ed intersezione di sottospazi vettoriali. Formula di Grassmann. Somma diretta di sottospazi e componenti di un vettore rispetto ad una somma diretta.
- Applicazioni lineari. Matrice associata ad un'applicazione lineare dopo aver scelto basi in partenza ed arrivo.
- Operazioni tra matrici: somma, prodotto per uno scalare, prodotto tra matrici. Trasposta ed inversa di una matrice. Calcolo della matrice inversa mediante l'algoritmo di Gauss-Jordan e mediante la matrice dei cofattori.
- Matrici di cambio di base. Similitudine tra matrici.
- Nucleo e immagine di un'applicazione lineare. Teorema della dimensione. Legami tra iniettività, surgettività e dimensioni degli spazi di partenza ed arrivo per applicazioni lineari.
- Determinante di una matrice: definizione, principali proprietà, esistenza, unicità. Calcolo mediante l'algoritmo di Gauss e gli sviluppi di Laplace. Determinante della trasposta, dell'inversa, del prodotto.
- Rango di una matrice. Equivalenza tra R-rango, C-rango, D-rango. Calcolo del rango mediante i minori e mediante l'algoritmo di Gauss.
- Autovalori, autovettori, autospazi. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore.
- Polinomio minimo, polinomio caratteristico. Relazioni tra coefficienti del polinomio caratteristico, traccia, determinante, autovalori.
- Forme canoniche. Criteri di diagonalizzabilità sui reali e sui complessi. Forma canonica di Jordan sui reali e sui complessi.
- Applicazioni e matrici simmetriche. Teorema spettrale.

Prodotti scalari e forme quadratiche

- Prodotto scalare canonico in \mathbb{R}^n . Norma e distanza.
- Basi ortogonali e ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.
- Matrici ortogonali.
- Ortogonale di un sottospazio. Proiezioni ortogonali su sottospazi.
- Forme quadratiche e matrici ad esse associate. Definizione di segnatura.
- Metodi per determinare la segnatura di una forma quadratica: completamento dei quadrati, segno degli autovalori, metodo di Sylvester (minori orlati), metodo di Cartesio (segno dei coefficienti del polinomio caratteristico).
- Prodotti scalari in generale e matrici ad essi associate. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.
- Basi ortogonali ed ortonormali (e procedimento di ortogonalizzazione) rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo.
- Applicazioni simmetriche rispetto ad un generico prodotto scalare e proprietà delle matrici ad esse associate. Teorema spettrale rispetto ad un generico prodotto scalare definito positivo.

Geometria analitica

- Vettori geometrici nel piano, nello spazio, e più in generale in \mathbb{R}^n .
- Geometria analitica nel piano. Equazioni cartesiane e parametriche di rette. Angoli e distanze.
- Geometria analitica nello spazio. Equazioni cartesiane e parametriche di rette e piani. Angoli e distanze tra rette e piani.
- Equazioni cartesiane e parametriche di sottospazi affini di \mathbb{R}^n .
- Affinità e isometrie in \mathbb{R}^n . Teorema di struttura delle isometrie in \mathbb{R}^n .
- Isometrie nel piano e loro classificazione sulla base dei punti fissi. Rotazioni intorno a punti e simmetrie rispetto a rette.
- Isometrie nello spazio e loro classificazione sulla base dei punti fissi. Rotazioni intorno a rette e simmetrie rispetto a piani.

Sistemi lineari

- Scrittura di un sistema lineare in termini di matrici e vettori. Interpretazioni in termini di combinazioni lineari, Span, ed in termini di applicazioni lineari.
- Struttura generale dell'insieme delle soluzioni di un sistema lineare, omogeneo e non omogeneo.
- Matrici a scala e risoluzione di un sistema lineare mediante algoritmo di Gauss.
- Risolubilità di un sistema lineare e rango: teorema di Rouché-Capelli.
- Metodo di Cramer per sistemi lineari.