

Esercizio 1b

Calcolare liminf e limsup per $x^2 + y^2 \rightarrow +\infty$ della funzione $f(x, y) = x^4 - y^6$ per $x \leq y \leq 2 \cdot x$

Svolgimento di 1b:

Sul dominio dato è

$$\sqrt{x^2 + x^2} \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{x^2 + 4 \cdot x^2}$$

da cui segue che

$$\sqrt{2} \cdot |x| \leq \|(x, y)\| \leq \sqrt{5} \cdot |x|$$

Quindi è

$$\|(x, y)\| \rightarrow +\infty \Leftrightarrow |x| \rightarrow +\infty$$

Adesso, sempre sul dominio in esame, è

$$f(x, y) = x^4 - y^6 \leq x^4 - x^6$$

pertanto, per $|x| \rightarrow +\infty$, abbiamo che

$$\lim_{\|(x, y)\| \rightarrow +\infty} f(x, y) = -\infty$$