

### Esercizio 1b

Calcolare liminf e limsup per  $x^2 + y^2 \rightarrow +\infty$  della funzione  $f(x, y) = x^4 - y^6$  per  $x \leq y \leq 2 \cdot x$

Svolgimento di 1b :

Sul dominio dato è

$$\sqrt{x^2 + x^2} \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{x^2 + 4 \cdot x^2}$$

da cui segue che

$$\sqrt{2} \cdot |x| \leq \|(x, y)\| \leq \sqrt{5} \cdot |x|$$

Quindi è

$$\|(x, y)\| \rightarrow +\infty \Leftrightarrow |x| \rightarrow +\infty$$

Adesso, sempre sul dominio in esame, è

$$f(x, y) = x^4 - y^6 \leq x^4 - x^6$$

pertanto, per  $|x| \rightarrow +\infty$ , abbiamo che

$$\lim_{\|(x, y)\| \rightarrow +\infty} f(x, y) = -\infty$$