Applicazioni lineari 1

Argomenti: applicazioni lineari **Difficoltà:** ⋆⋆

Prerequisiti: matrice associata ad un'applicazione lineare, Ker e immagine

---

Nella seguente tabella vengono descritte delle applicazioni lineari. Per brevità, l'applicazione viene presentata indicando semplicemente lo spazio di partenza V, lo spazio di arrivo W, e l'immagine del generico elemento di V, cioè di (x, y), (x, y, z), ... nel caso di $\mathbb{R}^n$, $p(x)$ nel caso di spazi di polinomi, A nel caso di spazi di matrici.

Si richiede di determinare la dimensione del ker, dell'immagine, e la matrice associata all'applicazione, assumendo in partenza ed arrivo la base canonica (che nel caso degli spazi di polinomi è $1, x, x^2, \ldots$). Non sarebbe male determinare anche una base del ker e dell'immagine.

	$V \to W$	Applicazione	dim(ker)	dim(Im)	Matrice
1)	$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$	$(x-y, 2x+y)$	0	2	$\begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{matrix}$
2)	$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$	$(x-y, y-x)$	1	1	$\begin{matrix} 1, & -1 \\ -1 & 1 \end{matrix}$
3)	$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$	$(x+y+z, 2x-z, 3x+2y+z)$	0	3	$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{matrix}$
4)	$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$	$(x+y, x-y, 2x)$	0	2	A
5)	$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$	$(x+y-z, z-3x)$	1	2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
6)	$\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$	$(x+y, x, -y, x)$	0	2	B
7)	$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$	$(x-y, y-z, z-x)$	1	2	C
8)	$\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$	$(x+y+z, x+y-z-w)$	2	2	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$
9)	$\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$	$3x-7y+11z$	2	1	$(3, -7, 11)$
10)	$\mathbb{R} \to \mathbb{R}^4$	$(x, 2x, 0, 5x)$	0	1	$(1, 2, 0, 5)^t$
11)	$\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$	$(x+y, y+z, z+w, w+x)$	1	3	D
12)	$\mathbb{R}_{\leq 2}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$	$p(x)+p(-x)$	1	2	E
13)	$\mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$	$p'(x)$	1	3	F
14)	$\mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$	$p'(x)$	1	3	G
15)	$\mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$	$(x+1)p'(x)-2p(x)$	1	3	H
16)	$\mathbb{R}_{\leq 3}[x] \to \mathbb{R}^2$	$(p(1), p(2))$	2	2	$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \end{matrix}$
17)	$\mathbb{R}_{\leq 2}[x] \to \mathbb{R}_{\leq 3}[x]$	$xp(2x)+x^2p(1)$	0	3	I
18)	$M_{2\times 2} \to M_{2\times 2}$	$A+A^t$ = MATRICI SIMMET.	1	3	L
19)	$M_{2\times 2} \to M_{1\times 2}$	$(1,2)A$	2	2	$\begin{matrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{matrix}$
20)	$M_{2\times 2} \to M_{2\times 1}$	$A(1,2)^t$	2	2	$\begin{matrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{matrix}$

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

F $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ G $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

H $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ I $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

L $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$